



Методика решения сложных задач по кодированию и системам счисления.

Бирюкова Елена Александровна,
учитель информатики МАОУ СОШ № 19
им. Героя России С.А. Наточего МО
Кореновский район

Задачи на кодирование информации и системы счисления — одни из самых распространённых в информатике, олимпиадном программировании и экзаменах. Несмотря на кажущуюся простоту, сложные задачи требуют системного подхода, внимательности и знания ключевых приёмов.

Базовые определения

1. Система счисления (СС): позиционная и непозиционная.

2. Развёрнутая форма числа:

$$N = a_0 q^0 + a_1 q^1 + \dots + a_n q^n$$

3. Кодирование: правило перевода информации из одной формы в другую.

Типичные сложные задачи и подходы

1. Задачи с «нестандартными» основаниями.

Метод.

Перевести всё в десятичную систему (или в единую СС).

Составить уравнение по разрядам, если неизвестны цифры или основание.

Использовать свойство: цифра < основание

2. Нахождение основания системы по уравнению

Пример: $123_p = 83$

Алгоритм: $1 \cdot p + 2 \cdot p + 3 = 83$

$p + 2p - 80 = 0 \rightarrow p = 8$ (отрицательный

корень отбросить).

Проверить, что все цифры ($< p$).

Сложный вариант: уравнение с двумя неизвестными основаниями p и q , система уравнений.

Типичные сложные задачи и подходы

3. Перевод через «быстрые» методы

Степени двойки: $2 \rightarrow$ восьмеричная (группы по 3 бита) \rightarrow шестнадцатеричная (группы по 4 бита).

Через промежуточную десятичную — универсально, но не всегда быстро. Для больших чисел лучше:

Из q в 2 — группировка разрядов. Из 2 в q — обратная группировка.

4. Арифметические операции в нестандартной СС

Метод: либо перевести в десятичную, выполнить операцию, перевести обратно, либо выполнить «столбиком» с учётом основания.

Сложность: операции в системе с основанием p , где p не простое, возможны «дырки» в алфавите? (обычно нет, просто цифры от 0 до $p-1$).

Задачи на поиск числа, представленного в различных основаниях.

Запись числа N в системе счисления с основанием 7 содержит две цифры, запись этого числа в системе счисления с основанием 6 содержит три цифры, а запись в системе счисления с основанием 13 заканчивается на 3. Чему равно N ?

1. Определим диапазон для N по основанию 7

Запись числа N в 7СС содержит 2 цифры.

Значит: $7 \leq N < 49$

2. Определим диапазон для N по основанию 6. Запись числа N в 6СС содержит 3 цифры. Значит: $36 \leq N < 216$

3. $N = 13m + 3$ $13m + 3 \geq 36$
 $m \geq 3$

$N = 42$

Задачи на поиск числа, представленного в различных основаниях.

Найти натуральное число, десятичная запись которого состоит из 2-х цифр, шестнадцатеричная запись заканчивается цифрой A , а пятеричная — цифрой 3.

Найти число вида $xy = \dots A = \dots 3$.

Так как в 16 системе счисления число заканчивается на A , оно должно делиться на 16 с остатком 10.

Это числа 26, 42, 58, 74, 90.

В пятеричной системе счисления число должно заканчиваться цифрой 3, оно должно делиться на 5 с остатком 3.

Среди этих чисел удовлетворяет этому условию только число **58**.

Задачи на поиск неизвестной цифры по условию делимости

Запись числа N в системе счисления с основанием 6 содержит две цифры, запись этого числа в системе счисления с основанием 5 содержит три цифры, а запись в системе счисления с основанием 11 заканчивается на 1. Чему равно N ?

Решение.

1. Наибольшее число, содержащее две цифры, в системе счисления с основанием 6 это $55_6 = 35_{10}$.


2. Наименьшее число, содержащее три цифры, в системе счисления с основанием 5 это $100_5 = 25_{10}$. Наибольшее $444_5 = 124_{10}$

3. $11m + 1 = N$

Тогда число $N-1$ кратно 11.

$$25 \leq N \leq 35$$

$$N=34$$



Системы счисления – одна из фундаментальных тем информатики и математики. Понимание принципов записи чисел в различных системах необходимо не только для успешной сдачи экзаменов, но и для глубокого понимания работы компьютеров, алгоритмов. На практике встречаются задачи далеко за пределами стандартных переводов из двоичной в шестнадцатеричную: нестандартные основания (например, 60 или 100), использование буквенных символов, арифметика в недесятичных системах, поиск основания по условию и многие другие.

Язык программирования Python предоставляет мощные инструменты для работы с системами счисления – от встроенных функций до возможности написания собственных эффективных алгоритмов.

Задачи с неизвестным основанием.

В системе счисления с некоторым основанием p выполняется равенство

$$23 \cdot 45 = xy3$$

Буквами x и y обозначены некоторые цифры из алфавита системы счисления с основанием p . Запишите в ответе значение числа xy в 10-ой СС. Если существует несколько вариантов решения, запишите ответ для наименьшего возможного основания p .

`d=[]`

```
for p in range(6,100):
```

```
    for x in range(p):
```

```
        for y in range(p):
```

```
            a=(2*p+3)*(4*p+5)
```

```
            b=x*(p**2)+y*p+3
```

```
            if a==b:
```

```
                c=y*p+x
```

```
                d.append(c)
```

```
print(min(d))
```

Методика решение задач на вычисление арифметического выражения в различных системах счисления

1. Посмотри на основания систем счисления, в которых находятся числа. Отметь, какое значение неизвестной цифры тебе нужно найти, наименьшее или наибольшее.
Важно! Если основания систем счисления меньше либо равны 36, проще всего использовать функцию `int()`, чтобы перевести числа в десятичную систему счисления.

2. Составь строку с алфавитом системы счисления

Количество символов должно быть равно основанию системы счисления. Сначала в строке идут цифры от 0 до 9, затем — латинские буквы в алфавитном порядке. Например, для девятнадцатеричной системы счисления алфавит будет выглядеть так:
'0123456789ABCDEFGHI'

3. Создай цикл для перебора всех возможных значений неизвестной цифры.

В этом цикле неизвестная цифра должна принимать значения всех символов в строке с алфавитом системы счисления. Например, если `x` — это неизвестная цифра, а система счисления девятнадцатеричная, нужно написать так:
`for x in '0123456789ABCDEFGHI':`

Методика решение задач на вычисление арифметического выражения в различных системах счисления

4. Преобразуй каждое число из выражения в строку

С помощью операции склеивания строк + соедини известные части числа, взятые в одинарные кавычки, с переменными, которые обозначают неизвестные цифры.

5. Преобразуй полученные строки в десятичные числа

Воспользуйся функцией с двумя параметрами: `int(строка с числом для перевода, основание системы счисления)`.

6. Проверь, выполняется ли условие задачи, с помощью оператора `if`

Если условие задачи выполняется, выведи результат.

Ответ на вопрос задачи

Если выводится несколько ответов, нужно выбрать тот, который соответствует условию задачи. Можно вывести неизвестную цифру, для которой этот ответ получен, дополнительно к ответу. Затем выбери ответ, найденный для минимального или максимального значения неизвестной цифры, в зависимости от условия.

Задачи с большими основаниями.

Значение арифметического выражения $75^{314} + 75^{118} - x$, где x – натуральное число, не превышающее 32000, записали в 75-ричной системе счисления. Определите минимальное возможное количество нулей в 75-ричной записи числа, являющегося значением данного арифметического выражения. В ответе запишите только целое число.

```
x=1
```

```
d=[]
```

```
while x<=32000:
```

```
    a=75**314+75**118-x
```

```
    x+=1
```

```
    k=0
```

```
    while a>0:
```

```
        if a%75==0:
```

```
            k+=1
```

```
            a//=75
```

```
    d.append(k)
```

```
print(min(d))
```

Значение выражения $3^{72} + 6 \cdot 3^{50} - 7 \cdot 3^{26} + 2 \cdot 3^{15} + 155$ записали в системе счисления с основанием 9. Сколько различных цифр содержится в этой записи?

```
a=3**72+6*(3**50)-  
7*(3**26)+2*(3**15)+155  
s=""  
while a>0:  
    s+=str(a%9)  
    a//=9  
s=s[::-1]  
d=set()  
s=int(s)  
while s>0:  
    a=s%10  
    d.add(a)  
    s//=10  
print(len(d))
```

Задача(основание больше 36) В записи числа $53x66y35$ символы x и y обозначают некоторые цифры из алфавита системы счисления с основанием 57. Определите такие значения x и y , при которых приведённое число кратно 56, а число xy является полным квадратом и принимает наибольшее возможное значение. В ответе запишите значение числа xy в десятичной системе счисления.

```
for x in range(0, 57):
```

```
    for y in range(0, 57):
```

```
        s=5*(57**7)+3*(57**6)+x*(57**5)+6*(57**4)+6*(57**3)+y*(57**2)+3*57+5
```

```
            if s%56==0:
```

```
                b=y*57+x
```

```
            if (int(b**0.5))**2==b:
```

```
                c=x*57+y
```

```
                print(c)
```

Операнды арифметического выражения в системе счисления с основанием 27.

$$ABxCD + APxDK$$

В записи чисел переменной x обозначена неизвестная цифра из алфавита 27-ой системы счисления. Определите наименьшее значение x , при котором значение данного арифметического выражения кратно 26.

Для найденного x вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 13 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления указывать не нужно.

```
q=[]
for x in '0123456789ABCDEFGHIJKLMNO PQ':
    s=int('AB'+x+'CD', 27)+int('AP'+x+'DK', 27)
    if s%26==0:
        q.append(x)
        if x==min(q):
            print(s//13)
```

Основные ошибки! Методы решения!

Важные моменты:

Путаница с цифрами: В системах счисления с основанием больше 10, цифры могут быть двузначными числами (10, 11, ...). Помните, что это одна цифра, а не две. Работа через списки целых чисел помогает не ошибиться.

Диапазон значений x : Неизвестная x — это всегда цифра, поэтому ее значение строго меньше основания системы счисления. Всегда проверяйте, что ваш перебор идет в пределах $0 \leq x < p$.

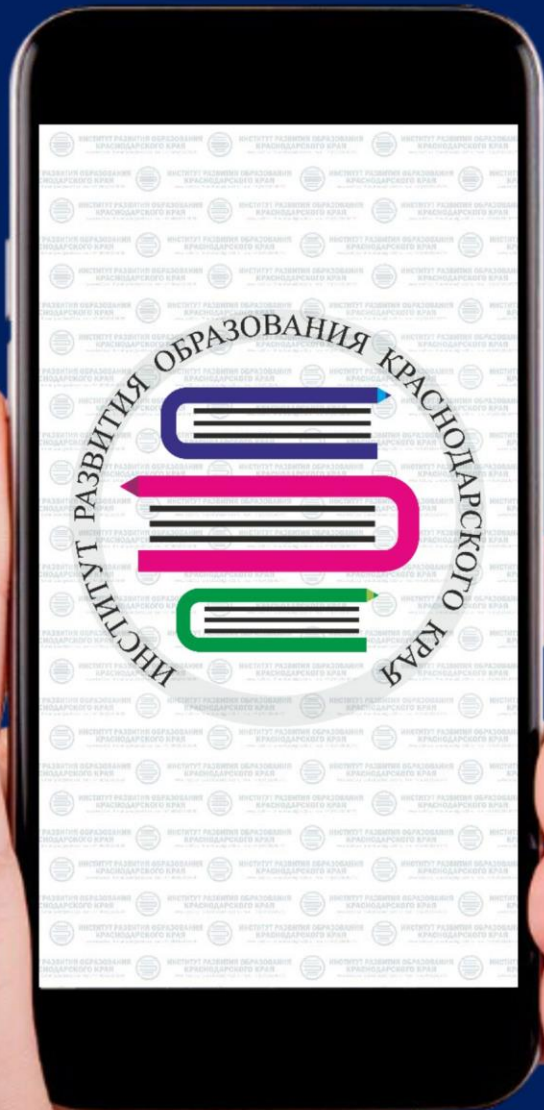
Направление перебора: Внимательно читайте условие: нужно найти наименьшее или наибольшее значение. Это определяет, с какого конца начинать перебор (с 0 или с $p-1$).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Системный подход, знание базовых алгоритмов и внимательность к деталям позволяют решать даже самые сложные задачи по кодированию и системам счисления. Регулярная практика и анализ ошибок — ключ к успеху!

Для уверенного решения требуется автоматизация вычислений (например, на Python)!

ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ *в социальных сетях*



ПОДПИСЫВАЙТЕСЬ!