



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
КРАСНОДАРСКОГО КРАЯ



ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»
КРАСНОДАРСКОГО КРАЯ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОТКРЫТИЯ 7 КЛАСС

Учебное пособие



Краснодар
2026

**ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»
КРАСНОДАРСКОГО КРАЯ**

**КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ, ИНФОРМАТИКИ
И ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОТКРЫТИЯ 7 КЛАСС

Учебное пособие

Краснодар, 2026

УДК 374.1+372. 851

ББК 74.200.58+74.262.21

Р 31

*Рекомендовано к изданию решением редакционно-издательского совета
ГБОУ ИРО Краснодарского края протоколом № 3 от 08.07.2026 г.*

Р е ц е н з е н т ы:

Вербичева Елена Александровна, доцент кафедры информационных образовательных технологий КубГУ, к.п.н.

Забашта Елена Георгиевна, проректор по организационно-методическому сопровождению и стратегическому развитию ГБОУ ИРО Краснодарского края, Почетный работник сферы образования РФ, Заслуженный учитель Кубани

Р 31 «Математические открытия», 7 класс»: учебное пособие / под ред. Е.Н. Белай – Краснодар, ГБОУ ИРО Краснодарского края. - 2026. - 52 с.

А в т о р ы – с о с т а в и т е л и:

Белай Елена Николаевна, заведующий кафедрой математики, информатики и технологического образования ГБОУ ИРО Краснодарского края

Задорожная Ольга Владимировна, доцент кафедры математики, информатики и технологического образования ГБОУ ИРО Краснодарского края, к.п.н.

Барышенский Дмитрий Сергеевич, доцент кафедры математики, информатики и технологического образования ГБОУ ИРО Краснодарского края

Еременко Ольга Николаевна, учитель математики МАОУ СОШ № 2 МО Усть-Лабинский район

Закуилова Галина Викторовна, учитель математики МБОУ СОШ № 7 МО Новопокровский район

Кузьменко Надежда Алексеевна учитель математики МБОУ гимназии № 8 г. Тихорецк МО Тихорецкий район

Пащенко Марина Петровна, учитель математики МБОУ гимназии № 5 МО Усть-Лабинский район

Петренко Наталья Викторовна, учитель математики МБОУ СОШ № 7 МО Усть-Лабинский район

Пшеничная Любовь Александровна учитель математики МАОУ СОШ № 10 МО Павловский район

Самойлова Ольга Александровна, учитель математики МАОУ СОШ № 2 МО Усть-Лабинский район

Шевцова Карина Анатольевна, учитель математики МАОУ СОШ № 2 МО Павловский район

Данное пособие входит в учебно-методический комплект для преподавания курса внеурочной деятельности (углублённое изучение математики) «Математические открытия» и предназначено для обучающихся. В пособии содержится материал по темам занятий, задания, список литературы и интернет-источников

© Министерство образования и науки
Краснодарского края, 2026
© ГБОУ ИРО Краснодарского края, 2026

Оглавление

От авторов	4
Занятие 1. Повторим математику. Элементы наглядной геометрии и проценты	5
Занятие 2. Интересные вопросы	7
Занятие 3. Рациональный арифметический способ решения текстовых задач из реальной жизни.....	9
Занятие 4. Математика вокруг нас.....	11
Занятие 5. Измеряй на свой аршин.....	13
Занятие 6. Найди углы	15
Занятие 7. Изучаем планеты Солнечной системы	18
Занятие 8. Покажи смекалку	21
Занятие 9. Строим с помощью линейки.....	24
Занятие 10. Магия прямых скобок.....	29
Занятие 11. Симметричные фигуры в окружающем мире.....	31
Занятие 12. Мореплавание.....	35
Занятие 13. Делим числа.....	37
Занятие 14. Практическое применение алгоритма Евклида	39
Занятие 15. Делимость и остатки.....	42
Занятие 16. Арифметика остатков	45
Занятие 17. Играем в детективов	46
Список использованных источников	50

Дорогие семиклассники!

Настоящее учебное пособие предназначено для обучения по курсу внеурочной деятельности «Математические открытия».

Мы надеемся, что вы узнаете много нового и полезного, научитесь наблюдать, сравнивать, находить закономерности, решать сложные задания, доказывать утверждения, использовать математические знания при решении практических задач. На занятиях вы сможете участвовать в групповых формах работы, представлять результаты решения различных задач, обсуждать процесс и результат работы со своими одноклассниками. Викторины, практикумы, игры, командные и индивидуальные соревнования сделают процесс изучения математики интересным, помогут осознать важность математических знаний для продолжения успешного обучения.

Желаем успехов!

Занятие 1. Повторим математику. Элементы наглядной геометрии и проценты

Конкурс 1. Математическая раскраска

Задание. Раскрасить фрагмент рисунка согласно коду. Код — это примеры. Каждому ответу соответствует свой цвет.

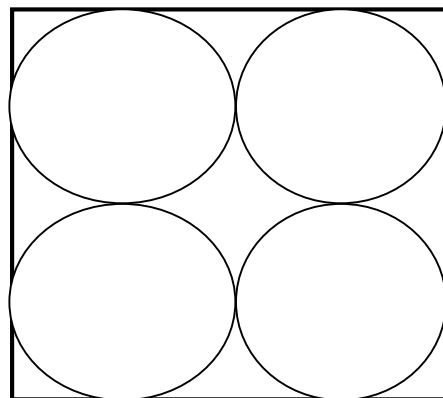
Конкурс 2. Проценты в жизни

Задание 1. Стиральная машина подорожала на 15 % и стала стоить 43999 рублей. Потом она подешевела на 12%. На сколько рублей дороже стоила эта стиральная машина до подорожания, чем после того, как она подешевела?

Задание 2. В институте 10 500 студентов. Каждый изучает хотя бы один из двух иностранных языков: английский или французский. Английский язык изучают 80 % студентов, а французский – 30%. Сколько студентов изучают оба языка?

Конкурс 3. Задача на площадь круга и длину окружности

Задание 1. Возле школы решили разбить клумбу в виде квадрата со стороной 4 м. Ее разделили на 4 равных квадрата. В каждом квадрате нарисовали по одной окружности и посадили внутри них цветы. На оставшейся площади посеяли траву. Найдите площадь, которую занимают цветы. Определите, какая площадь покрыта травой. (считать $\pi=3,14$).



Задание 2. На рисунке изображён стадион: прямоугольник с длиной 50 м и шириной 30 м и два полукруга. Вычислите длину бортика, который окружает стадион.

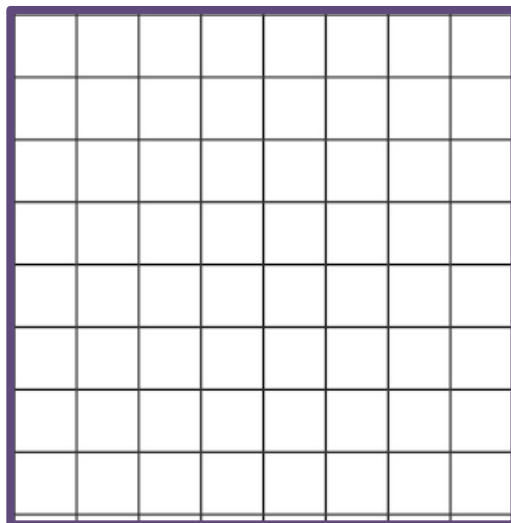


Конкурс 4. Пентамино – фигурки, состоящие из 5 квадратов (игра «Тетрис»)

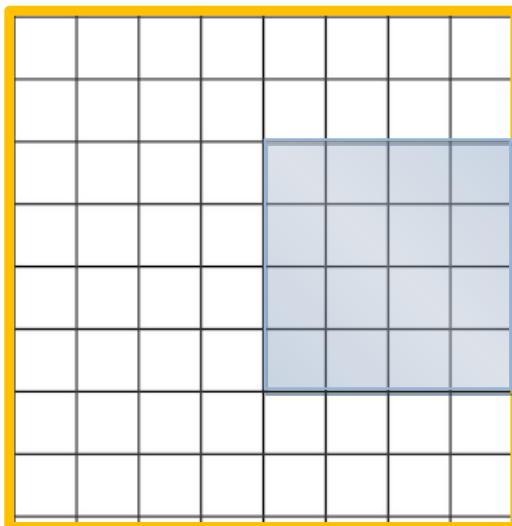
Задание. Сложить из заданных фигур пентамино прямоугольник (или другую фигуру).

Конкурс 5. Задача на разрезание (логическая разминка)

Задание 1. Разрезать квадрат 8 на 8 клеток на 2 равные части шестью способами.



Задание 2. Разрезать квадрат на четыре равные части так, чтобы в каждой части было равное количество закрашенных клеток.



Занятие 2. Интересные вопросы

Вопросы для приобретения билетов.

Вопрос 1. Четыре человека обменялись рукопожатиями. Сколько было рукопожатий?

Вопрос 2. В комнате четыре угла. В каждом углу сидит по кошке. Напротив каждой – по три кошки. Сколько кошек всего?

Вопрос 3. 60 листов имеют толщину 1 см, какова толщина всех листов книги, если в ней 480 страниц?

Вопрос 4. Какой цифрой оканчивается произведение всех натуральных чисел от 1 до 91?

Вопрос 5. Представьте число 10 в виде суммы четырех нечетных слагаемых тремя способами.

Вопрос 6. Колесо имеет 20 спиц, сколько промежутков между спицами?

Вопрос 7. Врач прописал Кате 3 таблетки, указав, что каждую таблетку надо принимать через 40 минут. На сколько минут Кате хватит таблеток?

Вопрос 8. В квадрате проведены два отрезка, соединяющие противоположные вершины. Сколько всего получилось треугольников?

Вопрос 9. Укажите наибольшее двузначное число, которое делится на 6.

Вопрос 10. Петя находит сумму цифр на табло электронных часов. Например, если часы показывают 21:17, Петя получает число 11. Какую наибольшую сумму он может получить?

Вопрос 11. Когда произведение двух чисел равно их частному?

Вопрос 12. Напиши число 100 с помощью пяти единиц и знаков действий.

Вопрос 13. На собачью выставку привезли 108 далматинцев. У 58 из них черное пятно только на левом ухе, у 23 только на правом ухе, а у 12 – уши белые. У скольких собак пятна на обоих ушах?

Вопрос 14. Сколько граней имеет новый шестигранный карандаш?

Вопрос 15. Чему равна площадь квадрата, периметр которого 36 см?

Вопрос 16. Сумма возрастов трех друзей 31 год. Сколько лет им будет вместе через 7 лет?

Вопрос 17. Исправь ошибку $VI - IV = IX$, переставив только одну спичку.

Вопрос 18. Сколько горошин может войти в обыкновенный стакан?

Вопрос 19. Какой наименьший угол составляют стрелки часов в 2 часа?

Вопрос 20. В ящике лежат 100 желтых, 100 красных, 100 оранжевых и 100 фиолетовых. Сколько карандашей необходимо достать, не заглядывая в ящик, чтобы среди них обязательно нашлись хотя бы 1 желтый и 1 красный?

Вопрос 21. В стране Логикум 11 городов. И каждые два города соединены железной дорогой. Сколько всего железных дорог в стране Логикум?

Вопрос 22. Камень весит 5 кг, еще треть камня и еще половину камня. Сколько весит камень?

Вопрос 23. Несколько гномов, навьючив свою поклажу на пони, отправились в дальний путь. Их заметили зайчата, которые насчитали в караване 36 ног и 15 голов. Сколько было гномов и сколько пони?

Вопросы и задания для самопроверки

1. Старому дедушке надо перенести с огорода в погреб 108 мешков с картошкой. Он позвал на помощь внуков. Внуки разбились на пары, и каждой паре досталось по 12 мешков. Сколько внуков у дедушки?

2. На кабинках колеса обозрения написаны номера 1, 2, 3, 4, ... Когда кабинка с номером 21 находится в верхней точке колеса, кабинка с номером 7 находится в самой нижней точке. Сколько кабинок на колесе обозрения?

3. Какой сейчас час, если оставшаяся часть суток вдвое меньше прошедшей?

Занятие 3. Рациональный арифметический способ решения текстовых задач из реальной жизни

Задача-вызов. В магазине электроники проходит акция: при покупке смартфона и наушников вместе цена составляет 25000 рублей. Если купить два смартфона и одни наушники, то цена составит 42000 рублей. Сколько стоят наушники отдельно?

Движение и «избыточные данные». Семья едет на дачу на автомобиле со скоростью 80 км/ч. Расстояние до дачи 160 км. По пути они заехали на заправку на 15 минут, где купили кофе за 200 рублей. Сколько времени они провели бы в пути, если бы ехали со скоростью 100 км/ч без остановок?

Проценты и «реальный чек». В магазине электроники акция: «Скидка 10 % на всё, а при покупке от 5000 рублей – дополнительная скидка 5% на итоговую сумму». Смартфон стоит 6000 рублей. Покупатель утверждает, что общая скидка составит 15%. Прав ли он?

Совместная работа (Метод «целой части»). Мастер может собрать шкаф за 3 часа, а его стажер — за 6 часов. Успеют ли они собрать шкаф за 1,5 часа, работая вместе?

Задание-ловушка. Бригада строителей должна выложить плиткой дорожку длиной 30 метров. За первый день они выложили 6 метров. За сколько дней они закончат работу?

Практическая работа по группам

Задача 1 (Логистика и планирование). Грузовик и легковой автомобиль выехали одновременно навстречу друг другу из городов А и Б. Они встретились через 4 часа. Если бы они выехали одновременно в одном направлении, то через 6 часов легковой автомобиль опережал бы грузовик на 120 км. Найдите скорость каждого автомобиля, если расстояние между городами 400 км.

Задача 2 (Финансы и налоги). Предприниматель купил партию товара. После продажи первой половины товара по цене на 25% выше закупочной, он решил распродать остаток со скидкой. В итоге общая прибыль составила 10% от вложенных средств. С какой скидкой (в процентах) от первоначальной цены продажи он реализовал вторую половину товара?

Таблица для самопроверки критериев решения:

Критерий	Есть в решении (Да/Нет)
Отсутствие переменных (x и y)	
Наличие пояснений к каждому действию	
Использование логической схемы или рисунка	
Верный итоговый ответ	

Вопросы и задания для самопроверки

1. Можно ли сказать, что арифметический способ развивает воображение лучше, чем алгоритм решения уравнения?
2. Представьте, что вы объясняете задачу младшему брату, который еще не знает алгебру. Помог ли вам сегодняшний опыт найти нужные слова?
3. Как вы думаете, какие данные из обычного кассового чека могут стать условием для задачи на проценты или части?

Занятие 4. Математика вокруг нас

Тур 1. Экономика и финансы (задачи связаны с расчетом доходов, расходов, процентов и скидок).

1.1 «Скидка на технику». Телевизор стоил 25 тысяч рублей. После акции на него была предоставлена скидка 15%, затем ещё одна акция снизила цену дополнительно на 10%. Во сколько теперь обойдётся телевизор покупателю?

1.2 «Расходы на путешествие». Семье предстоит поездка на отдых длительностью 10 дней. Они планируют общие ежедневные траты на питание 1500 рублей, проживание – 2500 рублей, развлечения – 1000 рублей. Кроме того, они хотят отложить дополнительно 10% от общих затрат на непредвиденные расходы. Сколько средств потребуется семье на всю поездку?

Тур 2. Путешествия и транспорт (задачи связаны с путями, скоростями движения, расходом топлива и временем поездки).

2.1. «Скорость доставки». Склад должен доставить партию товара в магазин, расположенный в 60 км. Грузовик выезжает со склада со скоростью 40 км/ч. Через 30 минут пути он делает вынужденную остановку на 15 минут для проверки груза. После остановки водителю нужно успеть доставить товар за 1 час 15 минут, чтобы успеть до закрытия магазина. С какой минимальной скоростью должен двигаться грузовик после остановки, чтобы успеть вовремя?

2.2. «Экономия топлива». Автомобиль расходует 8 литров бензина на каждые 100 км пути. Цена одного литра бензина 45 рублей. Рассчитайте, сколько денег потратит владелец автомобиля на бензин при поездке протяженностью 500 км.

Тур 3. Строительство и ремонт (задачи на расчет площадей, объемов материалов, стоимости строительных услуг).

3.1. «Ламинат и ковёр». В квартире площадью 60 м² требуется ремонт пола. Стоимость укладки ламината составляет 500 рублей за 1 м². Помимо этого, семья хочет приобрести ковёр размером 4 × 5 м, который стоит 15000 рублей. Найдите общую стоимость затрат.

3.2. «Планирование работы». Бригада мастеров должна уложить 120 м^2 плитки. В первый день они выполнили 15 % всей работы, во второй 25% объёма работы от остатка. Сколько квадратных метров плитки им осталось уложить?

3.3. «Верно ли?» Маша посчитала, что для покраски в два слоя потолка площадью 20 м^2 (при расходе 0,1 л на 1 м^2 для одного слоя) ей необходимо купить ровно 5 л краски. Права ли Маша? Сколько краски ей потребуется?

Занятие 5. Измеряй на свой аршин

*Измерь самого себя – и ты станешь настоящим геометром.
Марсилио Фичино, средневековый философ*

Историческая справка.

Длина – одна из первых геометрических понятий, изученных человеком. Первыми мерами длины были самыми естественными и поэтому сохранились до наших дней. Если при себе нет никаких измерительных инструментов, то зная, размеры своего тела можно узнать длину любого предмета. 18 сентября 1918 года Советом Народных Комиссаров в нашей стране была введена метрическая система мер в качестве обязательной - метр, сантиметр, миллиметр, километр...

Русский перст равен 2 см, ширина указательного пальца.

Вершок равен 4,5 см, длина двух фаланг указательного пальца.

Дюйм равен 2,5 см, длина фаланга большого пальца.

Пядь (от «пясть» - кисть руки).

Малая пядь равна 19 см, расстояние между концами растянутых большого и указательного пальцев.

Великая пядь равна 23 см, расстояние между кончиками большого пальца и мизинца.

Пядь с кувырком равна 27 см, малая пядь и две длины сустава указательного пальца.

Локоть примерно равна 46 см, расстояние от локтевого сгиба до конца вытянутого среднего пальца.

Аршин равен около 72 см, длина руки от основания плеча до кончика вытянутого среднего пальца.

Сажень (от слов «сягать», «досыгать», «доставать»).

Большая сажень равна около 216 см, расстояние от подошвы ноги до конца среднего пальца поднятой вверх руки.

Маховая (мерная) сажень равна около 176 см, расстояние между кончиками пальцев простёртых в стороны рук.

Косая сажень равна около 216 см, расстояние от кончиков пальцев правой руки до кончиков пальцев левой ноги.

Задание 1. Составь паспорт некоторых параметров своего тела. Определи на себе, сколько сантиметров составляет перст, вершок, дюйм, пядь, локоть, аршин и сажень. Результаты измерения внеси в таблицу.

<i>Мера длины</i>	<i>Длина, см</i>
Перст	
Вершок	
Дюйм	
Малая пядь	
Великая пядь	
Пять с кувырком	
Локоть	
Аршин	
Большая сажень	
Маховая сажень	
Косая сажень	

Задание 2. Измерьте в старинных мерах карандаш, учебник, ноутбук, стол, кабинет. Результаты измерений внесите в таблицу.

<i>Предметы</i>	<i>Размеры (в вершках)</i>
Карандаш (длина)	
Учебник (длина и ширина)	
Ноутбук (длина и ширина)	
Поверхность стола (длина и ширина)	
Кабинет (длина и ширина)	

Вопросы и задания для самопроверки.

1. Отгадай загадку. Зверёк с вершок, а хвост семи вёрст.
2. Соотношения между единицами длины были довольно различны даже в одной стране. Указ Петра I ввёл следующие соотношения между имеющимися в то время единицами: 1 миля = 7 верст = 3500 сажений = 10500 аршин = 168000 вершков = 294000 дюймов = 2940000 линий = 29400000 точек. Сколько в одной сажени аршин, вершков и дюймов? Сколько сантиметров в 1 сажени, 1 вершку, 1 дюйме, если 1 аршин=72 см?
3. В Древней Руси сложились три независимые системы мер длины. Первая основывалась на великой пяди, вторая – на малой пяди, а третья – на пяди с кувырком. 1 локоть = 2 пяди. Чему равен древнерусский локоть в трёх существующих системах мер? 1 пядь составляет 1/8 часть сажени. Чему равна сажень в трёх системах мер длины?

Занятие 6. Найди углы

Повторим теорию.

1. За единицу измерения углов принимают обычно градус, угол, равный $1/180$ части развёрнутого угла.
2. Положительное число, которое показывает, сколько раз градус и его части укладываются в данном угле, называется градусной мерой угла.
3. Равные углы имеют равные градусные меры.
4. Меньший угол имеет меньшую градусную меру.
5. Когда луч делит угол на два угла, градусная мера всего угла равна сумме градусных мер этих углов.
6. Сумма углов в треугольнике равна 180° .
7. Развёрнутый угол равен 180° .

Задания по командам.

Карточка 1.

- 1.1. *Кроссворд. По горизонтали 1.* Прибор, который может измерять размеры с точностью до одного микрона – тысячной доли миллиметра.
- 1.2. *Задание.* Луч ВК проходит между сторонами угла АВС. Меньший угол, из трёх образовавшихся, равен 50° . Он на 75° меньше наибольшего из этих углов. Вычислите градусные меры двух неизвестных углов.

Карточка 2.

- 1.1. *Кроссворд. По горизонтали 2.* Простейший прибор для измерения углов на местности.
- 1.2. *Задание.* Луч ВМ проходит между сторонами угла АВС. Большой угол, из трёх образовавшихся, равен 175° . Он на 98° больше наименьшего из этих углов. Вычислите градусные меры двух неизвестных углов.

Карточка 3.

- 3.1. *Кроссворд. По горизонтали 3.* Стандартная международная единица измерения отрезков.
- 3.2. *Задание.* Луч ВЕ проведён между сторонами угла АВС, равного 156° . Между сторонами угла ЕВС проведён луч ВМ. Градусные меры углов АВЕ, ЕВМ и МВС пропорциональны числам 5, 4 и 3. Вычислите градусные меры этих трёх углов.

Карточка 4.

- 4.1. *Кроссворд. По горизонтали 4.* Какой прибор используют для измерения диаметра трубок?

4.2. *Задание.* Луч PF проведён между сторонами угла MPK , равного 160° . Между сторонами угла FPK проведён луч PT . Градусные меры углов MPF , FPT и TPK пропорциональны числам 7, 6 и 3. Вычислите градусные меры этих трёх углов.

Карточка 5.

5.1. *Кроссворд. По горизонтали 5.* Какой прибор используется для измерения углов в морском деле?

5.2. *Задание.* Точка M лежит на прямой FG . В одну полуплоскость относительно прямой FG проведены два луча MA и MB , так что луч MB является биссектрисой угла AMG . Известно, что угол BMG равен 26° . Найдите угол AMF .

Карточка 6.

6.1. *Кроссворд. По горизонтали 6.* Что обычно используется для измерения длины отрезков в домашних условиях?

6.2. *Задание.* Точка M лежит на прямой FG . В одну полуплоскость относительно прямой FG проведены два луча MA и MB , так что луч MB является биссектрисой угла AMG . Известно, что угол AMF равен 126° . Найдите угол BMG .

Карточка 7.

7.1. *Кроссворд. По горизонтали 7.* Какой прибор используется для измерения углов в кристаллах?

7.2. *Задание.* В треугольнике ABC проведена биссектриса BM . Найти величину угла ABM , если угол BAC равен 56° и угол BCA равен 68° .

Карточка 8.

8.1. *Кроссворд. По вертикали 1.* Геодезический инструмент для измерения углов при съёмках на местности, специальный вид компаса.

8.2. *Задание.* В треугольнике ABC проведена биссектриса BM . Найти величину угла BCA , если угол BAC равен 78° и угол ABM равен 28° .

Карточка 9.

9.1. *Кроссворд. По вертикали 2.* Самый простой прибор для измерения углов.

9.2. *Задание.* В треугольнике ABC углы A и C равны 30° и 70° соответственно. Найдите угол между высотой BH и биссектрисой BD угла ABC .

Карточка 10.

10.1. *Кроссворд. По вертикали 3.* Какой прибор используется при измерении углов на земле?

10.2. *Задание.* В треугольнике ABC проведена биссектриса AD , угол ADC равен 87° , угол ABC равен 25° . Найдите угол ACB .

Карточка 11.

11.1. *Кроссворд. По вертикали 4.* Как называется способ проведения длинных отрезков прямых на местности?

11.2. Задание. Дан треугольник КМР. На прямой МР взята точка D, причём угол MKD равен 30° , угол PKD равен 80° . Найдите угол МКР. Сколько решений имеет задача?

Карточка 12.

12.1. *Кроссворд. По вертикали 5.* Мера длины, равная расстоянию между концами пальцев разведённых в сторону рук.

12.2. Задание. Из точки А проведены лучи АМ, АN, АК. Чему равен угол NAK, если угол MAN равен 76° , а угол MAK равен 48° ? Сколько решений имеет задача?

Вопросы и задания для самопроверки

1. Какие существуют единицы измерения углов?

2. Два угла величиной 40° и 60° имеют общую сторону. Какой угол могут образовывать другие стороны?

3. Найдите величины углов, образованных двумя пересекающимися прямыми, если известно, что один из углов равен $125,5^\circ$.

Занятие 7. Изучаем планеты Солнечной системы



Задание 1. Используя данные таблицы 1, ответьте на вопросы.

1. Запишите название самой большой планеты.
2. На какой планете дольше всего длится год?
3. Сколько планет имеет температуру выше -20°C ?
4. Какая планета самая горячая?
5. На сколько (в млн. км) Плутон расположен дальше от Солнца, чем Земля?
6. Какая планета имеет больше всего спутников?
7. На какой планете самый короткий день?
8. Найдите сумму всех средних температур освещения поверхности планет Солнечной системы.
9. Как вы думаете, чем объясняется снижение температуры планеты?

Таблица 1.

Планета	Расстояние от Солнца	Диаметр (км)	Орбитальный период	Продолжительность суток	Средняя температура освещенности поверхности ($^{\circ}\text{C}$)	Спутники
Меркурий	58 млн. км	4879	88 суток	176 земных суток	340°	нет
Венера	108 млн. км	12104	225 суток	243 земных суток	380°	нет
Земля	150 млн. км	12742	365 суток	24 ч	20°	1
Марс	228 млн. км	6779	687 суток	24,6 ч	-10°	2
Юпитер	775,5 млн. км	139820	11,6 земных лет	10 ч	-130°	79

Сатурн	1427 млн. км	116460	29,5 земных лет	10,5 ч	-150°	82
Уран	2860 млн. км	50724	84 земных лет	17,2 ч	-214°	27
Нептун	4500 млн. км	49244	165 земных лет	18 ч	-160°	4
Плутон	5900 млн. км	6000	248 лет	6,4 земных суток	-229°	5

Задание 2. Используя данные таблицы 2, вычислите относительные размеры планет по отношению к Земле. Ответ округлите до сотых.

Таблица 2

Планета	Диаметр (км)	Относительный размер (по отношению к Земле)
Меркурий	4879	
Венера	12104	
Земля	12742	
Марс	6779	
Юпитер	139820	
Сатурн	116460	
Уран	50724	
Нептун	49244	
Плутон	6000	

Задание 3. В таблице 1 даны диаметры планет. Постройте столбчатую диаграмму, сравнивающую диаметры планет.

Задание 4. Атмосфера Земли состоит из азота - 78%, кислорода- 21%, другие газы -1%. Атмосфера Венеры состоит: углекислый газ- 96,5%; азот - 3,5%. Состав атмосферы Марса: углекислый газ-95%; азот-2,6%; аргон – 1,9%; другие -0,5%. Постройте круговые диаграммы состава атмосферы Земли, Марса и Венеры.

Задание 5. Используя данные из таблицы альбедо планет (способность отражать свет), постройте круговую диаграмму.

Венера	Юпитер	Сатурн	Уран	Нептун	Земля	Марс	Меркурий
0,75	0,52	0,47	0,51	0,41	0,37	0,15	0,12

Задание 6. Воспользуйтесь диаграммой из задания 5 и ответьте, какие из следующих утверждений верны? В ответе запишите номера утверждений в порядке возрастания, без пробелов и запятых.

- 1) Альbedo Юпитера составляет примерно четверть альbedo планет.
- 2) Альbedo Урана превышает альbedo Сатурна.
- 3) Альbedo Венеры превышает альbedo других планет.
- 4) Самое маленькое альbedo у Марса

Вопросы и задания для самопроверки

1. Сколько планет входит в состав Солнечной системы?
2. Какая планета самая маленькая?
3. У какой планеты 5 спутников?

Занятие 8. Покажи смекалку

Билет 1. Три подруги были в белом, красном и голубом платьях. Их туфли были тех же цветов. Только у Тамары цвета платья и туфель совпадали. Валя была в белых туфлях. Ни платье, ни туфли Лиды не были красными. Определите цвет платья и туфель Тамары.

Билет 2. Имеется 80 монет, одна из которых фальшивая. За какое наименьшее число взвешиваний на весах без гирь можно найти фальшивую монету?

Билет 3. Билет 3. Три человека со стиральной машиной хотят переправиться через реку. Катер вмещает либо двух человек и стиральную машину, либо трех человек. Беда в том, что стиральная машина тяжелая, поэтому погрузить ее в катер или вытащить из него можно только втроем. Смогут ли они переправиться?

- 1) недостаточно данных для решения задачи;
- 2) нет;
- 3) да.

В ответе запишите номер верного варианта.

Билет 4. На скотном дворе гуляли гуси и поросята. Мальчик сосчитал количество голов – 30, а затем – количество ног – 84. Сколько гусей было на скотном дворе?

Билет 5. Поверни меня на бок – и мне не будет границ. Разрежь меня пополам – и я превращусь в ничто. Что я?

Билет 6. В комнате было 5 цыплят, 2 кролика, 5 щенят, 2 кошки и 2 курицы. К ним зашёл хозяин с сыном, дочерью и со своей собакой. Сколько всего ног в комнате?

Билет 7. Сколько раз из 25 можно вычесть 5?

Билет 8. Каждый день мха на камне становится в два раза больше, чем в предыдущий. Полностью камень зарастёт за 12 дней. За сколько дней камень зарастёт наполовину?

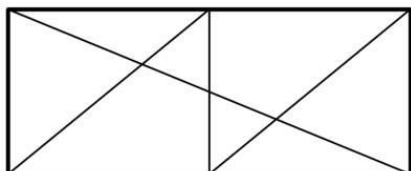
Билет 9. Девять осликов за 3 дня съедают 27 мешков корма. Сколько корма надо пяти осликам на 5 дней?

Билет 10. Кенгуру мама прыгает за 1 секунду на 3 метра, а её маленький сынишка прыгает на 1 метр за 0,5 секунды. Они одновременно стартовали от бассейна к эвкалипту по прямой. Сколько секунд мама будет ждать сына под деревом, если расстояние от бассейна до дерева 240 метров?

Билет 11. Инженер ежедневно приезжал на станцию в одно и то же время, и в то же время за ним подъезжала машина, на которой он ехал на завод. Однажды инженер приехал на станцию на 55 мин раньше обычного. Сразу пошел навстречу машине и прибыл на завод на 10 мин раньше, чем обычно. Во сколько раз скорость инженера меньше скорости машины?

Билет 12. Не пользуясь калькулятором и компьютером, вычислить сумму всех чисел от одного до ста.

Билет 13. Сколько всего треугольников изображено на рисунке?



Билет 14. На скотном дворе гуляли гуси и поросята. Мальчик сосчитал количество голов – 30, а затем – количество ног – 84. Сколько поросят было на скотном дворе?

Билет 15. В одном из городов Белоруссии часть жителей умеет говорить только по-белорусски, часть – только по-русски. По-белорусски говорят 90% всех жителей, по-русски – 80%. Сколько процентов всех жителей говорит на обоих языках?

Билет 16. В городе Счастья на острове лжецов и рыцарей живут 100 человек. Каждый житель города поклоняется одному из трёх богов – богу Солнца, богу Луны или богу Земли. Каждому жителю города задали три вопроса:

- 1) Поклоняетесь ли вы богу Солнца?
- 2) Поклоняетесь ли вы богу Луны?
- 3) Поклоняетесь ли вы богу Земли?

На первый вопрос утвердительно ответили 60 человек, на второй – 40 человек и на третий – 30 человек. Сколько лжецов на острове?

Билет 17. Электронные часы показывают цифры часов и минут (например, 15:30). Какая наибольшая сумма цифр может быть на таких часах?

Билет 18. Футбольный мяч сшит из 32 лоскутков: белых шестиугольников и черных пятиугольников. Каждый черный лоскуток граничит только с белыми, а каждый белый – с тремя черными и тремя белыми. Сколько лоскутков белого цвета?

Билет 19. Чтобы открыть сейф, нужно ввести код – семизначное число, состоящее из двоек и троек. Сейф откроется, если двоек в коде больше, чем троек, а код делится и на 3, и на 4. Придумайте код, открывающий сейф.

Билет 20. Когда солдаты строились в колонну по 4, по 5 или по 6 человек, то каждый раз один оставался лишним, а когда построились в

колонну по 7, лишних не осталось. Каким могло быть наименьшее количество солдат?

Итоги занятия

1. Семья Фиксиков: Симка, Нолик, Папус, Маса и Дедус зимним снежным днем вышли в сад поиграть. Каждый из них выбрал свою игру: играть в снежки, лепить снеговика, строить крепость, строить иглу, залить каток. Определите, кто, чем занялся. Если, что Нолик не любит работать с большим объемом снега. Симка постоянно воду носил. Дедус любит украшать сад статуями. Папус всегда защищает семью от внешних посягательств, а Маса создает уют.

2. Змей Горыныч и конь Юлий в одном из своих путешествий нашли клад, состоящий из разных золотых монет. Вес монет составил 32 кг. Юлий хотел все золото присвоить себе, но Горыныч был против. И убедил коня Юлия, что конь может взять только 12 кг. Как Юлию отмерить ровно 12 кг, если у него есть только чашечные весы без гирь?

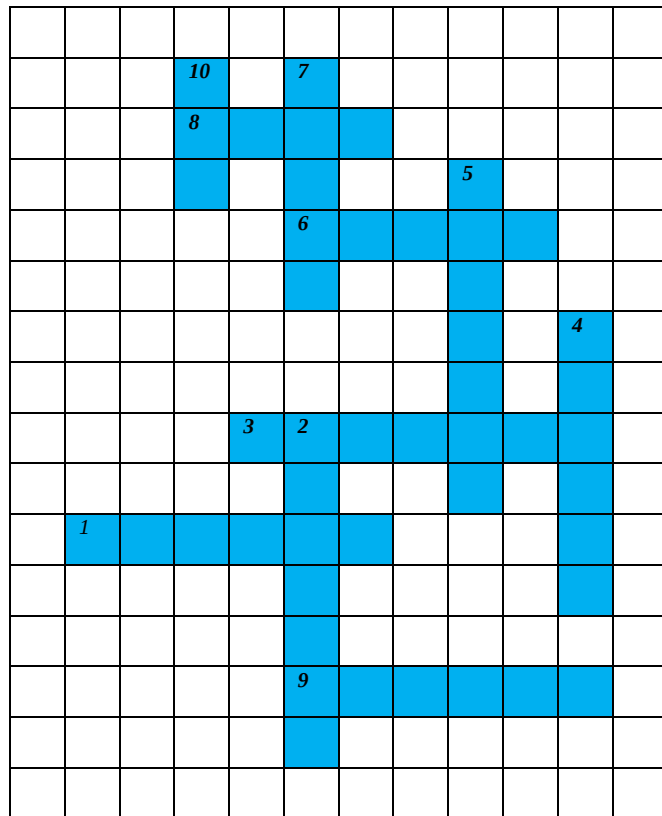
3. В зоомагазине продают попугаев и черепах. Продавец Виктор Иванович, придя домой, получил от директора запрос о количестве оставшихся попугаев и черепах в магазине. Но продавец запомнил только, что в магазине было 18 голов и 56 ног. Помогите продавцу вспомнить, сколько попугаев и сколько черепах осталось в магазине.

4. Космический корабль выполнил очередную стыковку со станцией. Космонавту нужно перевезти с космического корабля на космическую станцию Робота, Марсианина и серебряные элементы для батареи. Но проблема в том, что через стыковочный узел в челноке можно переправить только один элемент с космонавтом. Причем Робота с Марсианином оставлять нельзя, потому что он сразу начнет сканировать Марсианина, а ему это не нравится. А Марсианина нельзя оставлять с серебряными элементами, он их сразу съест. В присутствии Космонавта все спокойно. Помогите Космонавту переправить Робота, Марсианина и серебряные элементы на станцию.

5. Доктор Айболит чтобы вылечить Акулу должен дать микстуры ровно 8 литров. Микстура находится в большой бочке. Айболит имеет только два сосуда объемом 5 литров и 7 литров. Как с помощью этих сосудов напоить Акулу микстурой?

Занятие 9. Строим с помощью линейки

Задание 1. Кроссворд



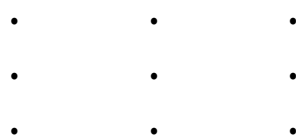
По горизонтали:

1. Угол, треугольник или квадрат – это... 3. Фигура, образованная последовательно соединённым набором отрезков. 6. У луча есть начало, а его нет. 8. Геометрическая фигура, образованная двумя разными лучами с общим началом. 9. Угол, который меньше прямого.

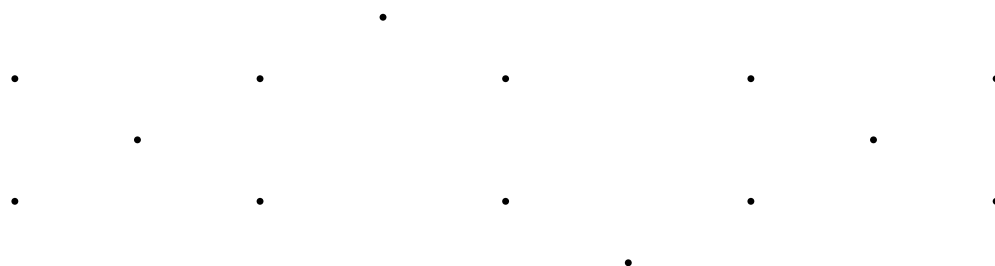
По вертикали:

2. Линия между двумя точками, которые являются началом и концом. 4. Через две точки можно провести эту линию, и при том только одну. 5. Точка, в которой сходятся две стороны угла. 7. Геометрическая фигура, образующаяся в результате мгновенного касания бумаги. 10. Часть прямой, имеющая начальную точку, но отсутствует конечная точка.

Задание 2. Проведите 8 прямых так, чтобы через каждую отмеченную точку проходила хотя бы одна прямая, и на каждой прямой было ровно 3 отмеченные точки.



Задание 3. Соедините точки отрезками так, чтобы каждая точка являлась концом ровно одного отрезка.

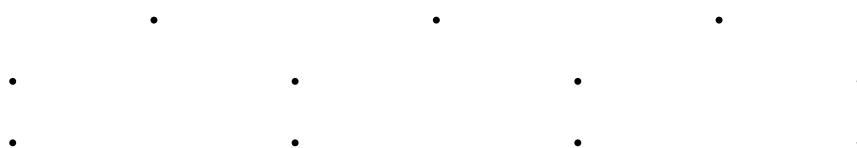


Задание 4. Через каждую пару точек провели прямые. Сколько будет нарисовано прямых?

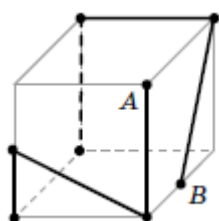


Задание 5. Отмечены 6 точек. Через каждые две точки проведена прямая, и отмечены новые точки пересечения этих прямых. Какое наибольшее количество новых точек может получиться?

Задание 6. Соедините точки последовательными отрезками с концами в отмеченных точках так, чтобы никакие два отрезка не имели общих точек (кроме концов) и не лежали на одной прямой.



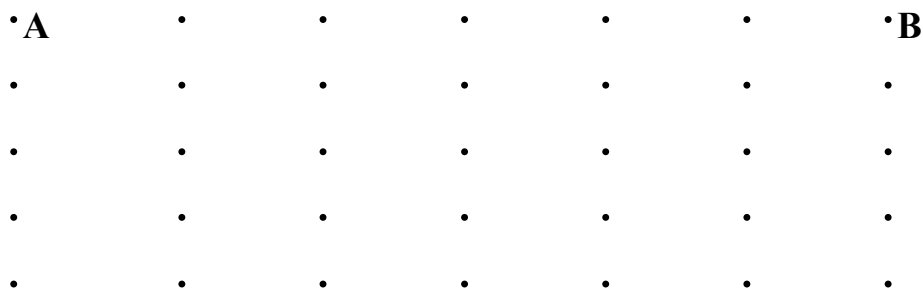
Задание 7. На поверхности куба изображены две ломаные – с началом в точке А и с началом в точке В. Определите, какая из ломаных – плоская, а какая – пространственная. В ответе укажите начальную букву.



Плоская:

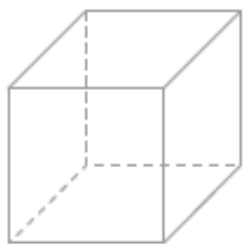
Пространственная:

Задание 8. Соедините точки А и В ломаной из 6 звеньев одинаковой длины, если концы звеньев – отмеченные точки, внутри звеньев отмеченных точек нет, соседние звенья ломаной не лежат на одной прямой.

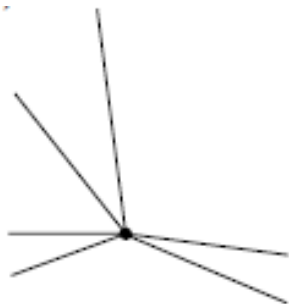


Задание 9. Начертите 4 прямые, так, чтобы они образовали ровно 6 точек пересечения.

Задание 10. Дан куб. Нарисуйте на его поверхности неплоскую ломаную из семи звеньев.



Задание 11. Сколько углов, меньших развернутого, изображено на рисунке? Сколько среди них острых, тупых углов?

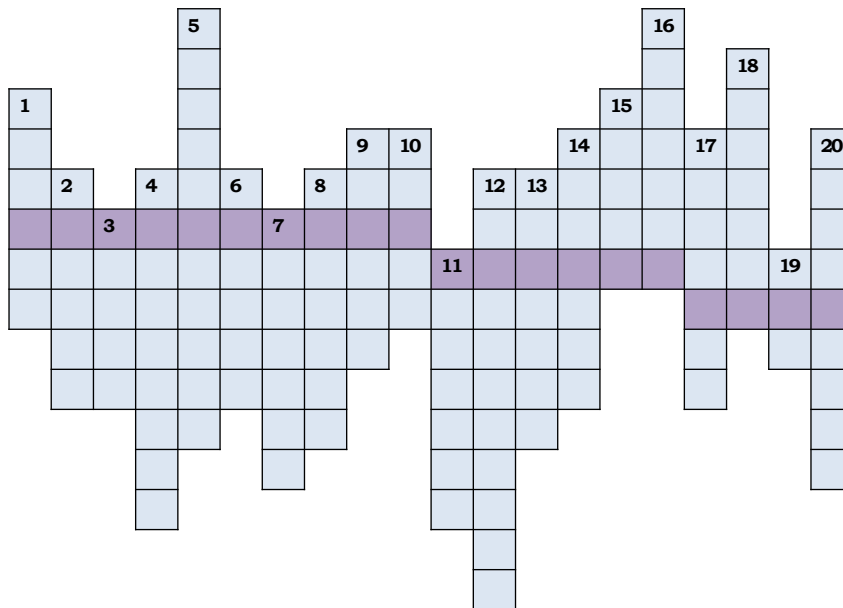


Задание 12. Бревно распилили на 8 частей. Сколько распилов сделали?

Задание 13. На веревке завязали 12 узелков. На сколько частей узелки разделили веревку?

Вопросы и задания для самопроверки

Заполните кроссворд.



1. Линия, которую можно бесконечно продолжить как в одну сторону, так и в другую.
2. Название первого учебного пособия по геометрии.
3. Объект в пространстве, не имеющий никаких измеримых характеристик, кроме координат.
4. Раздел математики, изучающий свойства фигур.
5. Раздел геометрии, изучающий свойства фигур на плоскости.
6. Проблемная ситуация с явно заданной целью, которую необходимо достичь.
7. Утверждение, которое требует доказательства.
8. Простейший измерительный инструмент, как правило представляющий собой узкую пластину, у которой как минимум одна сторона прямая.
9. Древнегреческий математик, автор первого из дошедших до нас теоретических трактатов по математике.
10. Упорядоченный числовой или символьный ряд значений, отражающий допустимые вариации значений измеряемой величины.
11. Главный чертежный инструмент для проведения окружностей заданного диаметра и выполнения разнообразных вычислительных и измерительных работ в геометрии.
12. Простой и удобный инструмент для измерения и построения углов.
13. Часть прямой, ограниченная с двух сторон точками.
14. Утверждение, не требующее доказательств.
15. Точки, ограничивающие отрезок.

16. Отрезок, соединяющий вершины треугольника.
17. Трудный путь от условия задачи к ответу.
18. Каждая из трёх точек, образующих треугольник.
19. Полупрямая.
20. Бесконечная поверхность.

Занятие 10. Магия прямых скобок

Повторим теорию.

Определение. Модуль числа a или абсолютная величина этого числа равна a , если это число больше или равно нулю, и равна $-a$, если число a меньше нуля:

$$|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}.$$

График функции $y = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$ (рис. 1)

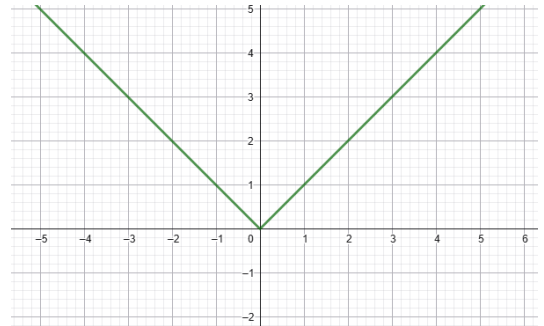


Рисунок 1.

Свойства

1. $|a| \geq 0$
2. $|-a| = |a|$
3. $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$
4. $|a|^2 = a^2$
5. $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$

Решим вместе

- 1) Вычислите $|-3,48|$
- 2) Раскройте по определению модуля $|4x-35|$.
- 3) Сравните $|5,37x-2|$ и $|-5,37x+2|$
- 4) Упростите выражение $|x-26|+|x+18|$ при $x < -20$
- 5) Решите уравнение $|4x+11|=16$

Вопросы и задания для самопроверки

Ты только что отлично сражался в команде. А теперь проверим, как ты сам (без подсказок друга и капитана) умеешь работать с модулем.

1. Верю – не верю (отметь «+» «Да» или «Нет»)

Утверждение	Да	Нет
Модуль числа 15 равен -15		
Модуль отрицательного числа всегда положителен		
Если $x=6$, то $ x $ может быть только 6		
Противоположные числа имеют разные модули		
Модуль нуля равен 0		

2. Вычисли (впиши только число)

№	Пример	Твой ответ
1	$ -9 $	
2	$ 17 $	
3	$- -6 $	
4	$ -4 + -3 $	
5	$ -10 - -4 $	
6	$- 5 - -2 $	

3. Запиши пять различных целых чисел, модуль каждого из которых меньше числа 3.

Занятие 11. Симметричные фигуры в окружающем мире

Задание 1. Гейм «Дальше, дальше...»

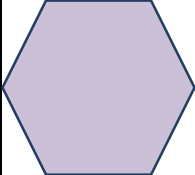
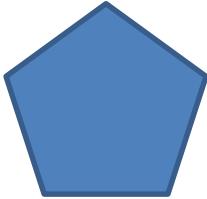
- Равнобедренный треугольник не имеет оси симметрии.
- Осью симметрии равнобедренного треугольника является любая его высота.
- Ось симметрии равнобедренного треугольника – медиана, проведенная к основанию.
- Ось симметрии равнобедренного треугольника – его биссектриса.
- Прямоугольник имеет две оси симметрии.
- Осями симметрии квадрата являются только его диагонали.
- Ромб не имеет оси симметрии.
- Окружность имеет единственную ось симметрии
- Сколько осей симметрии имеет квадрат
- Какая линия является осью симметрии в равнобедренном треугольнике?
- Сколько осей симметрии в прямоугольнике?
- Сколько осей симметрии имеет прямая.
- Отрезок имеет единственную ось симметрии.
- Луч имеет две оси симметрии.
- Назовите линию, являющуюся осью симметрии неразвернутого угла.
- В прямоугольнике четыре оси симметрии.
- Катет является осью симметрии прямоугольного треугольника.
- Секущая для параллельных прямых – ось симметрии.
- Буква А имеет вертикальную ось симметрии.
- Буква Н имеет горизонтальную ось симметрии

Задание 2. Гейм «Заморочки из бочки»

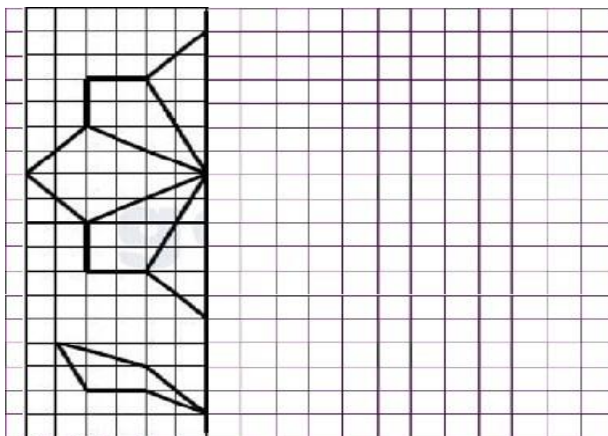
1. Из набора различных фигур из бумаги, используя перегибание листа, определите, какая фигура имеет:

- а) одну ось симметрии _____
- б) две оси симметрии _____
- в) более двух осей симметрии _____
- г) не имеют ось симметрии _____

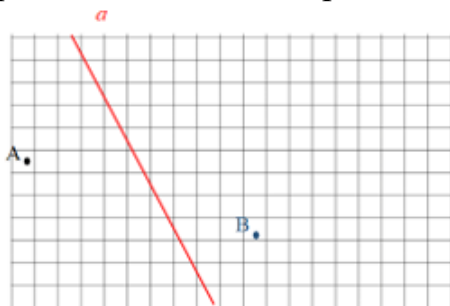
В ответе запишите номера фигур.

1	2	3	4	5
				
6	7	8	9	10
				

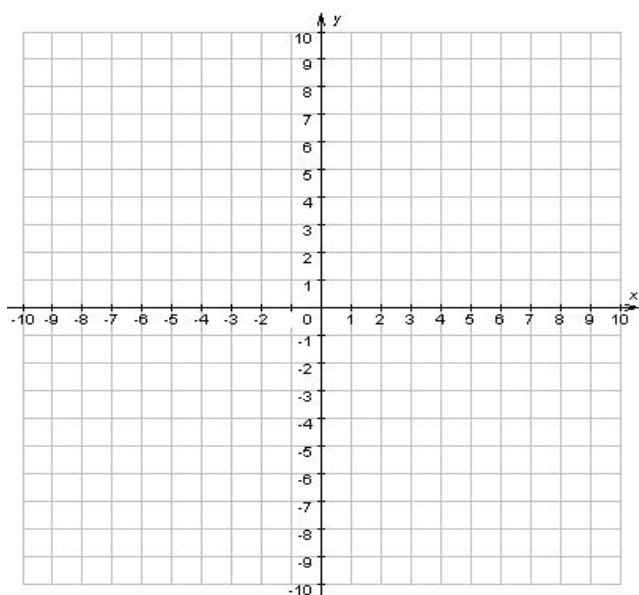
2. Восстановите чертеж симметричного объекта по испорченной схеме.



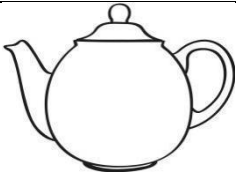
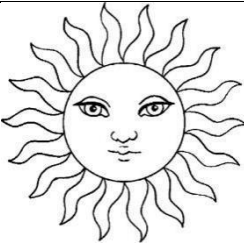
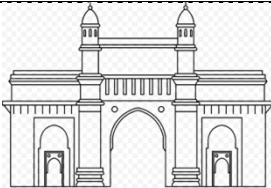
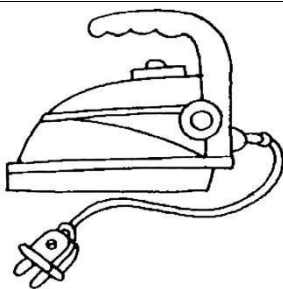
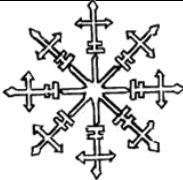
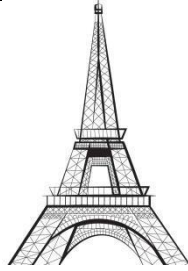
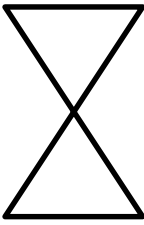
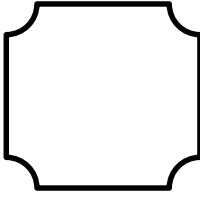
3. Постройте точки, симметричные точкам А и В, относительно прямой a .



4. Отметьте на координатной плоскости точки М (-3;2), Р (-6;-1), Т (-3;-6). Постройте треугольник с заданными координатами и треугольник $M_1P_1T_1$, симметричный данному, относительно оси ОУ:



5. Выберите фигуры, имеющие ось симметрии. В ответе запишите номера рисунков.

1 	2 	3 	4 
5 	6 	7 	8 
9 	10 	11 	12 

6. Почему нельзя выполнить задание, которое записано так: «Постройте фигуру, симметричную данной»?

7. Сформулируйте алгоритм построения точки, симметричной данной относительно прямой.

8. Сформулируйте алгоритм построения луча, симметричного данному относительно некоторой прямой.

9. Сформулируйте алгоритм построения треугольника, симметричного данному относительно некоторой прямой.

10. Верно ли, что перечисленные числовые промежутки симметричны относительно прямой b , перпендикулярной к координатной прямой и проходящей через начало отсчета точку $O(0)$:

1. Отрезок AB , где $A(9)$, $B(17)$ и отрезок A_1B_1 , где $B_1(-16)$, $A_1(-9)$.
2. Луч с началом в точке $M(3)$, проходящий через точку $P(237)$ и луч с началом в точке $K(-3)$ и проходящий через точку $T(-17)$.

Задание 3. Гейм «Конкурс капитанов»

Провести исследование (привести примеры):

1. Осевая симметрия в архитектуре нашей школы.
2. Осевая симметрия в растениях.
3. Осевая симметрия в строении человека.
4. Осевая симметрия и животный мир.

Задание 4. Гейм «Гонка за лидером» (творческое задание).

- 1) Создать симметричные модели или композицию, используя цветную бумагу, ножницы, фломастеры;
- 2) создать симметричные модели или композицию используя ткань, пуговицы и другие материалы.

Вопросы и задания для самопроверки

1. Найдите координаты точки, симметричной точке $N(-2; -3)$ относительно:
а) оси абсцисс; б) оси ординат.
2. Все ли геометрические фигуры имеют ось симметрии?
3. В каком случае говорят, что фигура имеет ось симметрии?

Занятие 12. Мореплавание

Повторим теорию.

Квартили- значения, которые делят упорядоченный набор данных на четыре равные части.

Первым квартилем числового набора называется число Q_1 , если хотя бы 25% значений не больше и хотя бы 75% значений в массиве не меньше, чем Q_1

Третьим квартилем числового набора называется число Q_3 , если хотя бы 75% значений не больше и хотя бы 25% значений в массиве не меньше, чем Q_3 .

Термин «*второй квартиль*» не используется, поскольку второй квартиль – это медиана.

Алгоритм нахождения квартилей.

1. Упорядочить ряд данных по возрастанию.
2. Найти медиану – второй квартиль.
3. Найти медиану нижней половины – первый квартиль.
4. Найти медиану верхней половины – третий квартиль.

Среднее гармоническое набора положительных чисел $x_1, x_2, \dots, x_n$ равно

$$\frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}}.$$

Задание 1. (2 балла). В порту стоят 7 прогулочных яхт. Возраст каждой яхты в годах: 7, 3, 12, 8, 5, 9, 10. Найдите первый и третий квартили.

Задание 2. (2 балла). Водоизмещение стоящих в порту кораблей равно: 1500 т; 2300 т; 1800 т; 3200 т; 4100 т; 2700 т; 1900 т; 5500 т; 3800 т; 2900 т; 6200 т; 3500 т. Найдите первый и третий квартили.

Задание 3. (3 балла). Капитан ведёт учёт морских миль, пройденных его кораблём каждый месяц в течение года. Записанные данные (в тысячах морских миль) следующие: 8,2; 6,5; 9,1; 8,2; 5,8; 7,3; 8,7; 8,2; 6,5; 7,3; 9,1; 8,2. Найдите квартили. Объясните, как повторяющиеся значения влияют на расчёт.

Задание 4. (3 балла). Два корабля участвовали в морских учениях. Их баллы, полученные за выполнение поставленных задач, приведены в таблице.

Корабль А	65	72	80	68	75	82	78	69	74	81
Корабль Б	58	67	76	62	71	85	73	64	79	83

Для каждого корабля найдите квартили. Сравните результаты кораблей, используя квартили. Какой корабль показал стабильные результаты? Почему?

Задание 5. (1 балл). Найдите средний расход топлива для флотилии, если 1 судно расходует 0,5 л/км; 2 судно- 0,8 л/км; 3судно- 1,0 л/км; 4 судно- 0,4 л/км. Ответ округлите до сотых.

Задание 6. (1 балл). Три корабля преодолевают одинаковое расстояние в 180 км с разной скоростью. Первый корабль идет со скоростью 15 км/ч, второй – 20 км/ч, а третий- 30 км/ч. Найдите среднюю скорость всех трёх кораблей на данном участке.

Вопросы и задания для самопроверки

1. Сформулируйте определение квартили.
2. Назовите формулу среднего гармонического.
3. Найдите среднее гармоническое чисел 3 и 12.

Занятие 13. Делим числа

Повторим теорию.

Признаки делимости.

Число делится на 4, если две его последние цифры образуют число, которое, делится на 4, или последние 2 цифры – нули.

Число делится на 8, если три его последние цифры образуют число, которое, делится на 8, или 3 последние цифры – нули.

Число делится на 6, если оно делится и на 2, и на 3.

Число делится на 11, если разность суммы цифр на нечётных позициях и суммы цифр на чётных делится на 11 или равна 0.

Свойства.

Если в произведении один из множителей делится на некоторое число, то и произведение делится на это число.

Если одно число делится на второе, а второе делится на третье, то и первое делится на третье.

Если два числа делятся на некоторое число, то их сумма и разность делятся на это число.

Задание 1. Известно, что число ХУУХ делится на 5. Чему может быть равно Х? Найти все варианты и доказать, что других нет.

Задание 2. Делится ли число 32561698 на 4? Обоснуйте свой ответ, не выполняя деления в столбик.

Задание 3. На какую цифру можно заменить *, чтобы:

а) 13^* делилось на 3 и на 5; б) 5^*8 делилось на 11.

Приведите все возможные варианты и поясните свой выбор.

Задание 4. Найдите значение числа b , если b – наименьшее четырёхзначное число такое, что разность $(b - 13)$ делится на 9.

Задание 5. Докажите, что следующее утверждение верно для любого натурального значения n :

а) $(3^n + 3^{n+1} + 3^{n+2}):13$;

б) $(7^n + 7^{n+1} + 7):19$;

в) $(5^n + 5 + 5^{n+2}):155$;

г) $(2^{2n} + 2^{2n+1} + 2^{2n+2}):28$.

Задание 6. Из трёхзначного числа вычли число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. На какие числа (отличные от 1) делится полученная разность? Сколько делителей имеет полученная разность

Задание 7. Докажите, что выражение $n^3 + 2n$ делится на 3 при любом натуральном n .

Работа в парах. Зачеркнутая цифра (фокус).

Пусть ваш товарищ задумает какое-нибудь многозначное число, например, 847. Предложите ему найти сумму цифр этого числа $(8 + 4 + 7) = 19$ и отнять её от задуманного числа. У товарища окажется: $847 - 19 = 828$. В том числе, которое получится, пусть он зачеркнет одну цифру – безразлично какую, и сообщит вам все остальные. Вы немедленно называете ему зачеркнутую цифру, хотя не знаете задуманного числа и не видели, что с ним проделывалось. Как можете вы это выполнить и в чем разгадка фокуса?

Вопросы и задания для самопроверки

1. Сформулируйте и кратко обоснуйте признак делимости на 11. Приведите пример числа, которое делится на 11.
2. Может ли сумма трёх различных простых чисел быть простым числом. Приведите примеры.
3. Докажите, что число 1234560 делится на 6. Используйте признаки делимости.

Занятие 14. Практическое применение алгоритма Евклида

Повторим теорию.

Алгоритм Евклида – один из древнейших численных алгоритмов, используемых до сих пор. Он предназначен для нахождения наибольшего общего делителя (НОД) двух целых чисел или общей меры двух отрезков. Алгоритм назван в честь древнегреческого математика Евклида, который впервые описал его в своём труде «Начала». Задача алгоритма Евклида – эффективно находить НОД, не выписывая все делители чисел.

Рассмотрим два варианта алгоритма:

1. Через деление с остатком (основной)

Шаги:

- 1) Делим большее число на меньшее.
- 2) Если остаток равен нулю, то меньшее число – искомый НОД.
- 3) Если остаток не равен нулю, то заменяем большее число на остаток.
- 4) Повторяем шаги 1 – 3 пока остаток не станет нулём. Последний ненулевой остаток – НОД.

Пример: НОД (1071; 462)

$$1071 = 462 \cdot 2 + 147$$

$$462 = 147 \cdot 3 + 21$$

$$147 = 21 \cdot 7 + 0$$

$$\text{НОД}(1071; 462) = 21.$$

2. Через вычитание (альтернативный)

Шаги:

- 1) Из большего числа вычитаем меньшее.
- 2) Если разность равна нулю, то числа равны – это и есть НОД.
- 3) Если разность не равна нулю, то заменяем большее число на разность.
- 4) Повторяем шаги 1 – 3 пока числа не станут равными.

Пример: НОД (36; 24)

$$36 - 24 = 12$$

$$24 - 12 = 12$$

$$12 - 12 = 0$$

$$\text{НОД}(36; 24) = 12.$$

Метод вычитания проще для понимания, но медленнее при больших числах.

Задание 1. Можно ли разложить 126 апельсинов и 84 лимона поровну в несколько пакетов так, чтобы в каждом пакете было одинаковое число фруктов и не осталось лишних? Какое наибольшее число пакетов возможно?

Задание 2. Нужно разложить 84 шоколадные конфеты и 60 леденцов по одинаковым подарочным пакетам. В каждом пакете должно быть одинаковое число шоколадных конфет и одинаковое число леденцов. Лишних конфет не должно остаться. Какое наибольшее число пакетов можно сделать?

Задание 3. Пол в ванной комнате имеет размер 180 см на 120 см. Нужно уложить квадратную плитку максимально возможного размера так, чтобы вся площадь пола была покрыта плиткой, и плитку не пришлось резать. Какой размер плитки выбрать?

Задание 4. Автобус №1 ходит каждые 24 минуты, автобус №2 – каждые 36 минут. Они одновременно отправились от остановки в 8:00. Через сколько минут они снова встретятся на этой остановке?

Задание 5. Есть две ленты. Одна длиной 96 см, другая 72 см. Их нужно разрезать на одинаковые куски максимальной длины, чтобы не было обрезков. Какова длина одного куска? Сколько кусков получится?

Практическая работа в парах

Задание 1. Упаковка сувениров. В мастерской изготовили 468 брелоков и 312 магнитов. Их нужно разложить в одинаковые подарочные наборы так, чтобы ничего не осталось. Какое наибольшее число наборов можно сделать?

Задание 2. Разрезание ткани. Есть два куска ткани: один длиной 360 см, другой 270 см. Их нужно разрезать на одинаковые полосы максимальной длины, чтобы не было обрезков. Какова длина одной полосы? Сколько полос получится всего?

Задание 3. Распределение книг. В библиотеку поступило 504 учебника по математике и 360 учебников по русскому языку. Их нужно распределить по кабинетам так, чтобы в каждом было одинаковое число учебников каждого предмета и все книги были розданы. Какое наибольшее число кабинетов можно обеспечить?

Задание 4. Докажите, что $\text{НОД}(4n+5; 3n+4)=1$ для любого натурального n .

Вопросы и задания для самопроверки

1. Приведите примеры, когда алгоритм Евклида особенно удобен по сравнению с разложением на простые множители.
2. Как с помощью алгоритма Евклида проверить, является ли дробь несократимой?
3. При каких числах алгоритм Евклида завершается за один шаг? Приведите примеры.

Занятие 15. Делимость и остатки

«Станция ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ»

Задание команде № 1

	Вопрос
1	Как называется c в равенстве $c = a \cdot b + d$ ($a > d$)?
2	Чему равно x в равенстве $53 : x = x$ (ост. 4)?
3	Что означает запись $6n + 2$?
4	Выполните деление с остатком $100 : 11$ и результат запишите в виде равенства $a = bq + r$
5	Чему равна сумма остатков от деления некоторого целого числа на 9?
6	Чему равно произведение остатков от деления некоторого целого числа на 9?
7	Чему равен остаток от деления числа 399157 на 8?
8	Какой остаток при делении на 8 даёт число a , если $a = 24k + 20$?
9	Известно, что число при делении на 7 даёт в остатке 4. Найдите 3 любых таких числа.
10	Запишите общий вид натурального числа, которое при делении на 15 даёт в остатке 11.

«Станция ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ»

Задание команде № 2

	Вопрос
1	Чем является a в равенстве $c = a \cdot b + d$ ($a > d$)?
2	Чему равно y в равенстве $86 : y = y$ (ост. 5)?
3	Что означает запись $7n + 1$?
4	Выполните деление с остатком $100 : 12$ и результат запишите в виде равенства $a = bq + r$
5	Чему равна сумма остатков от деления некоторого целого числа на 10?
6	Чему равно произведение остатков от деления некоторого целого числа на 10?
7	Чему равен остаток от деления числа 399159 на 8?
8	Какой остаток при делении на 9 даёт число a , если $a = 36k + 22$?
9	Известно, что число при делении на 6 даёт в остатке 5. Найдите 3 любых таких числа.
10	Запишите общий вид натурального числа, которое при делении на 14 даёт в остатке 9.

«Станция МЫСЛИТЕЛЬНАЯ»

Задание команде № 1

1. Найдите число, которое при делении на 37 даёт остаток 33, а на 48 делится нацело. При этом частное в обоих случаях получается одинаковым.
2. Число a даёт остаток 8 при делении на 11, а число b – остаток 2. Найдите остаток от деления числа $ab - 3a$ на 11.
3. Докажите, что сумма квадратов двух последовательных целых чисел при делении на 4 даёт остаток 1.

«Станция МЫСЛИТЕЛЬНАЯ»

Задание команде № 2

1. Одно и тоже число при делении на 57 даёт остаток 20, а на 67 делится без остатка. При этом частное в обоих случаях получается одинаковым. Найдите это число.
2. Число a даёт остаток 6 при делении на 13, а число b – остаток 5. Найдите остаток от деления числа $ab - 6a$ на 13.
3. Докажите, что сумма квадратов двух последовательных нечётных чисел при делении на 8 даёт остаток 2.

«Станция ПРАКТИЧЕСКАЯ»

Задание команде № 1

1. Теплоход рассчитан на 750 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 70 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?
2. Бабушка сварила 43 л вишневого варенья. Какое наименьшее количество трёхлитровых банок надо взять, чтобы разлить всё варенье?
3. Вика живет в квартире № 93. В ее доме 9 этажей, по 4 квартиры на каждом этаже. В каком подъезде и на каком этаже живет Вика?

«Станция ПРАКТИЧЕСКАЯ»

Задание команде № 2

1. В загородный лагерь необходимо вывезти 150 человек. Какое наименьшее количество автобусов надо заказать, если вместимость автобуса 42 пассажира?
2. Необходимо разлить в банки 17 л кваса. Какое наименьшее количество двухлитровых банок надо взять, чтобы разлить весь квас?

3. Сергей живет в квартире № 59 семиэтажного дома. В каком подъезде и на каком этаже живет Сергей, если на каждом этаже по 4 квартиры?

Вопросы и задания для самопроверки

1. Оля и Марина живут в одном доме: у Оли квартира № 33, у Марины квартира № 39. В каком подъезде и на каком этаже живут девочки, если в доме 5 этажей и на каждом этаже по 6 квартир?

2. Игорь живет во 2-м подъезде девятиэтажного дома, на 6 этаже. Какой номер квартиры может быть у Игоря, если на каждом этаже по 5 квартир?

Занятие 16. Арифметика остатков

Повторим теорию.

Определение. Целые числа a и b , разность которых делится на натуральное число m , называют сравнимыми по модулю m . Записывают так $a \equiv b \pmod{m}$. Читают: a сравнимо с b по модулю m . То есть при делении чисел a и b на число m получаются одинаковые остатки. Модулем в арифметике остатков называют делитель.

Например, $15:7 = 2$ (ост. 1) и $22:7 = 3$ (ост. 1), значит, $15 \equiv 22 \pmod{7}$.

Свойства сравнений.

Если $a \equiv b \pmod{m}$ и $c \equiv d \pmod{m}$, то

а) $a + c \equiv b + d \pmod{m}$.

б) $ac \equiv bd \pmod{m}$.

в) $a^k \equiv b^k \pmod{m}$.

Здесь все числа целые, модуль m – натуральное число.

Задание 1. Конкурс капитанов.

Задание 2. Найдите остаток от деления 3^{10} на 5.

Задание 3. Сегодня вторник. Какой день недели будет через 100 дней?

Задание 4. Не проводя обычных вычислений, найти остаток от деления на 6 следующей суммы $64 + 65 + 66 + 67 + 68 + 69 + 70$.

Задание 5. Не проводя обычных вычислений, найти остаток от деления на 4 следующего произведения $29 \cdot 30 \cdot 31 \cdot 33$.

Задание 6. Докажите, что $(7^{2026} + 9^{2026}) : 10$.

Вопросы и задания для самопроверки

1. Найдите остаток от деления 3^{13} на 5.

2. Сегодня пятница. Какой день недели будет через 100 дней?

3. Сегодня понедельник. Какой день будет через год, если год будет високосным?

Занятие 17. Играем в детективов

Этап 1. «Флажки на месте преступления» (логика)

На столе лежат 22 флажка – это сигнальная система. Флажки выстроены в ряд. В записке сказано: «Слева от Саши – 15 флажков. Справа от Даши – 12 флажков» Кто из нас (Саша, Маша или Даша) стоял ближе всех к сейфу?

Этап 2. «Кто на чём уехал?» (логические таблицы)

В гараже института стоят снегоходы: «Сокол», «Тигр», «Слон», «Медведь».

Из показаний охраны.

В первом заезде Александр был на снегоходе Виталия, а во втором - Виталий на снегоходе Алексея.

Максим выиграл третий заезд на своем снегоходе «Сокол», причём он выиграл и все остальные заезды.

На «Тигре» во втором заезде ехал Алексей, а в четвёртом заезде ехал Александр.

В четвёртом заезде снегоход «Тигр» пришел вторым после «Слона».

Кому принадлежал снегоход «Медведь»?

Этап 3. «Взлом сейфа» (делимость чисел)

Код от сейфа – 7 цифр (только 2 и 3). Двоек больше, чем троек. Код делится на 3 и на 4.

В записке обрывок: «...232».

Задание. Найдите единственный подходящий код.

Улика. Если код правильный – откроется сейф, и вы найдёте расписание гонок (кто где был).

Этап 4. «Марсианская статистика» (разгадка времени)

В открывшемся сейфе – таблица великих противостояний Марса (расстояния в млн км):

Великие противостояния Марса (минимальное расстояние до Земли) за 1830—2050 годы		
Дата	Расстояние (а. е.)	Расстояние (млн км)
19 сентября 1830	0,388	58,04
18 августа 1845	0,373	55,80

Великие противостояния Марса (минимальное расстояние до Земли) за 1830—2050 годы		
Дата	Расстояние (а. е.)	Расстояние (млн км)
17 июля 1860	0,393	58,79
5 сентября 1877	0,37	56,40
4 августа 1892	0,378	56,55
24 сентября 1909	0,392	58,64
23 августа 1924	0,373	55,80
23 июля 1939	0,390	58,34
10 сентября 1956	0,379	56,70
10 августа 1971	0,378	56,55
22 сентября 1988	0,394	58,94
28 августа 2003	0,373	55,80
27 июля 2018	0,386	57,74
15 сентября 2035	0,382	57,15
14 августа 2050	0,374	55,95

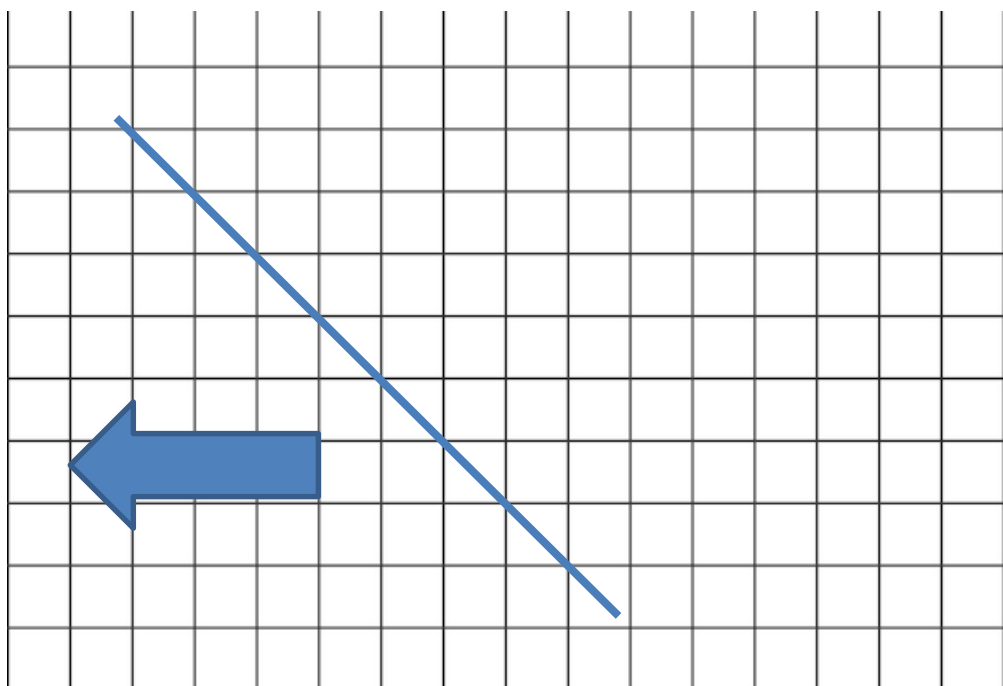
Найти среднее значение минимального расстояния от Марса до Земли в млн. км. Найти моду ряда в млн. км. Расшифруйте:

- Среднее (целая часть) – номер кабинета.
- Мода — номер шкафчика.

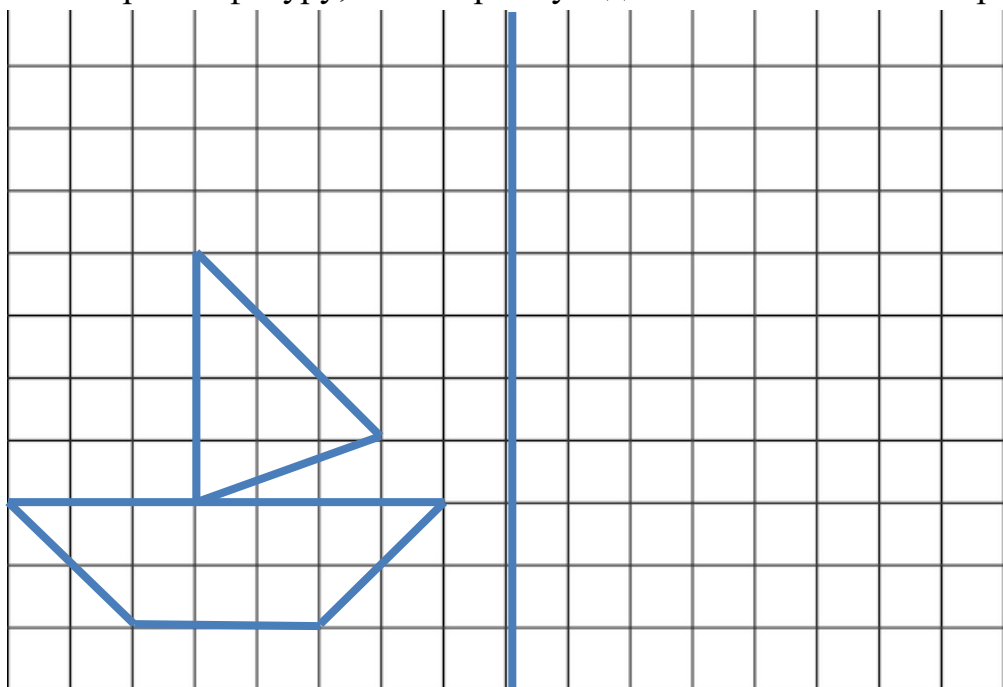
Этап 5. «Симметрия преступления» (осевая симметрия + построение)

На записи камер – фигура, симметричная относительно прямой. Если построить отражение, получится силуэт похитителя. А в треугольнике на полу лаборатории надо вписать окружность – её центр укажет точку, где стоял злоумышленник.

1. На листочках с напечатанной фигурой и прямой постройте отражение.

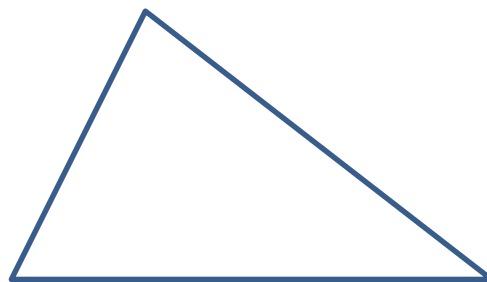


2. Постройте фигуру, симметричную данной относительно прямой.



3. Задача на построение

Как вписать окружность в данный треугольник? Составьте алгоритм и выполните построение.



Улика. Центр вписанной окружности совпадает с точкой на плане, где оставлен отпечаток ботинка. Размер обуви 43 — у кого из подозреваемых такой?

Список использованных источников

Литература:

1. Азевич А. И. Двадцать уроков гармонии. Гуманитарно-математический курс. М.: Школа- Пресс, 1998. – 160 с.
2. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С. Б. Математика. Геометрия: 7-9 классы: учебник. -14-е изд.,перераб. М: Просвещение, 2023. 416 с.
3. Белобров, В. А. Традиционные русские меры длины / Белобров В. А. – Изд. 2-е, доп. и дораб. – Москва: Сам полиграфист, 2021 Библиогр.: 415 с.
4. Власова Т.Г.Предметная неделя математики в школе / Т.Г. Власова, Ростов-на-Дону; «Феникс»; 2009, 171 с.
5. Волчкевич М.А. Геометрия. 7 класс: учеб. Пособие для общеобразоват. оргганизаций / М.А. Волчкевич; под ред. И.В. Ященко. М.: Просвещение, 202. – 287 с
6. Высоцкий И. Р., Ященко И.В. Вероятность и статистика. Учебник. В двух частях. 7-9 классы. Часть 1. М.: Просвещение, 2023. 176 с.
7. Высоцкий И. Р., Ященко И.В. Вероятность и статистика. Учебник. В двух частях. 7-9 классы. Часть 2. М.: Просвещение, 2023. 111 с.
8. Золотарёва Н. Д. Олимпиадная математика. Логические задачи с решениями и указаниями. 5 – 7 классы: учебно-методическое пособие / Н. Д. Золотарёва, М. В. Федотов; под редакцией М. В. Федотова. М.: Лаборатория знаний, 2021. –238 с.
9. Математика: большой сборник тематических заданий для подготовки к основному государственному экзамену / под ред. И.В. Ященко. – Москва: АСТ, 2019. – 95 с.
10. Мерзляк А. Г., Полонский Алгебра. 7(Углубленное изучение). М.: Просвещение, 2022. 298 с.
11. Мерзляк А.Г., Поляков В.М., Геометрия 7 класс: углублённый уровень: учебник под редакцией В.Е. Подольского – 4-е изд., Москва: «Просвещение», 2023 г.
12. Рослова Л. О., Алексеева Е. Е., Буцко Е. В., Карамова И. И. Математика (углубленный уровень). Реализация требований ФГОС основного общего образования: методическое пособие для учителя / под ред. Л. О. Рословой. М.: ФГБНУ «Институт стратегии развития образования РАО», 2022. – с. 135:
13. Савин А.П., Станцо В.В., Котова А.Ю. Занимательная математика в рассказах для детей. М.: АСТ: Астрель, 2011. - 382 с.
14. Сагателова, Л. С. Математика. Решаем текстовые задачи. 7—11 классы / Л. С. Сагателова. М.: Илекса, 2025. — 158 с.
15. Соколова И.В. Математический кружок в VI классе: Учеб.-метод. Пособие. - Краснодар: КубГУ, 2005. 152 с.

16. Шуба, М.Ю. Занимательные задания в обучении математике: книга для учителя / М. Ю. Шуба. – 2-е изд. – Москва: Просвещение, 1995. – 222 с.

17. Якутин Ю.В. Русская мера. Меры длины. Меры площади. Меры веса. Меры объёма. – Издательство: Экономическая газета, 2011 г., 974 с.

Интернет- источники:

1. ВПР – 2026, Математика профильного уровня для 7 класса: задания, ответы, решения. – [Электронный ресурс]. URL: <https://math7p-vpr.sdamgia.ru/>
2. Открытый банк заданий ОГЭ – [Электронный ресурс]. URL: <https://fipi.ru/oge/otkrytyy-bank-zadaniy-oge?ysclid=1w5s1umuts251147506>
3. Единое содержание общего образования: – [Электронный ресурс]. URL: https://edsoo.ru/Predmet_Matematika.htm.
4. Информационно-поисковая система задач по математике. – [Электронный ресурс]. URL: <http://zadachi.mccme.ru>
5. Виртуальная школа юного математика. – [Электронный ресурс]. URL: <https://www.math.md/school/indexr.html>
6. Библиотека электронных учебных пособий по математике. – [Электронный ресурс]. URL: <http://mschool.kubsu.ru/>
7. Сайт для учителей математики «Вероятность в школе». – [Электронный ресурс]. URL: <https://ptlab.mccme.ru/>
8. Фото планет солнечной системы с названиями – [Электронный ресурс]. URL: https://yandex.ru/images/search?img_url=https%3A%2F%2Fcs14.pikabu.ru%2Fpost_img%2F2023%2F05%2F30%2F10%2Fog_og_1685464341374582825.jpg&lr=118023&pos=1&rpt=simage&text=фото%20планет%20солнечной%20системы%20с%20названиями
9. Солнечная система: строение и характеристика. – [[Электронный ресурс]. URL: <https://externat.foxford.ru/polezno-znat/wiki-astronomiya-solnechnaya-sistema>
10. «Алые паруса» проект для одаренных детей. – [Электронный ресурс]. URL: <https://nsportal.ru/ap/>
11. «Учи.ру» – [Электронный ресурс]. URL: <https://uchi.ru/>
12. Копилка уроков учителей – [Электронный ресурс]. URL: <https://kopilkaurokov.ru/>

Учебное пособие

Математические открытия 7 класс

Формат бумаги 60х84/8.
Усл. печ. л. 6.51

Отпечатано: 350080, г. Краснодар, ул. Сормовская, 167,
ГБОУ ИРО Краснодарского края