



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
КРАСНОДАРСКОГО КРАЯ



ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»
КРАСНОДАРСКОГО КРАЯ

РЕАЛИЗАЦИЯ КУРСА ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ «МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОТКРЫТИЯ» 7 КЛАСС

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

Краснодар
2026

**ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»
КРАСНОДАРСКОГО КРАЯ**

**КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ, ИНФОРМАТИКИ
И ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**РЕАЛИЗАЦИЯ КУРСА
ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ
«МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОТКРЫТИЯ»
7 КЛАСС**

Учебно-методическое пособие

Краснодар, 2026

УДК 374.1+372. 851

ББК 74.200.58+74.262.21

Р 31

Рекомендовано к изданию решением редакционно-издательского совета

ГБОУ ИРО Краснодарского края протоколом № 3 от 08.07.2026 г.

Р е ц е н з е н т ы:

Вербичева Елена Александровна, доцент кафедры информационных образовательных технологий КубГУ, к.п.н.

Забашта Елена Георгиевна, проректор по организационно-методическому сопровождению и стратегическому развитию ГБОУ ИРО Краснодарского края, Почетный работник сферы образования РФ, Заслуженный учитель Кубани

Р 31 Реализация курса внеурочной деятельности «Математические открытия», 7 класс»: учебно-методическое пособие / под ред. Е.Н. Бelay – Краснодар, ГБОУ ИРО Краснодарского края. – 2026. – 121 с.

А в т о р ы – с о с т а в и т е л и:

Белай Елена Николаевна, заведующий кафедрой математики, информатики и технологического образования ГБОУ ИРО Краснодарского края

Задорожная Ольга Владимировна, доцент кафедры математики, информатики и технологического образования ГБОУ ИРО Краснодарского края, к.п.н.

Барышенский Дмитрий Сергеевич, доцент кафедры математики, информатики и технологического образования ГБОУ ИРО Краснодарского края

Еременко Ольга Николаевна, учитель математики МАОУ СОШ № 2 МО Усть-Лабинский район

Закусилова Галина Викторовна, учитель математики МБОУ СОШ № 7 МО Новопокровский район

Кузьменко Надежда Алексеевна учитель математики МБОУ гимназии № 8 г. Тихорецк МО Тихорецкий район

Пащенко Марина Петровна, учитель математики МБОУ гимназии № 5 МО Усть-Лабинский район

Петренко Наталья Викторовна, учитель математики МБОУ СОШ № 7 МО Усть-Лабинский район

Пшеничная Любовь Александровна учитель математики МАОУ СОШ № 10 МО Павловский район

Самойлова Ольга Александровна, учитель математики МАОУ СОШ № 2 МО Усть-Лабинский район

Шевцова Карина Анатольевна, учитель математики МАОУ СОШ № 2 МО Павловский район

Данное пособие входит в учебно-методический комплект для преподавания курса внеурочной деятельности (углублённое изучение математики) обучающимся 7-х классов «Математические открытия» и предназначено для учителей математики. В пособии содержится рабочая программа курса с календарно-тематическим планированием, примерный план-конспект каждого занятия, ответы ко всем заданиям, список источников.

© Министерство образования и науки
Краснодарского края, 2026

© ГБОУ ИРО Краснодарского края, 2026

Оглавление

Предисловие.....	4
Рабочая программа курса внеурочной деятельности «Математические открытия» 7 класс.....	5
Занятие 1. Повторим математику. Элементы наглядной геометрии и проценты	14
Занятие 2. Интересные вопросы	22
Занятие 3. Рациональный арифметический способ решения текстовых задач из реальной жизни.....	26
Занятие 4. Математика вокруг нас.....	31
Занятие 5. Измеряй на свой аршин.....	38
Занятие 6. Найди углы	40
Занятие 7. Изучаем планеты Солнечной системы	46
Занятие 8. Покажи смекалку	51
Занятие 9. Строим с помощью линейки.....	62
Занятие 10. Магия прямых скобок.....	69
Занятие 11. Симметричные фигуры в окружающем мире.....	83
Занятие 12. Мореплавание.....	90
Занятие 13. Делим числа.....	93
Занятие 14. Практическое применение алгоритма Евклида	97
Занятие 15. Делимость и остатки.....	102
Занятие 16. Арифметика остатков	108
Занятие 17. Играем в детективов	112
Список использованных источников	119

Предисловие

Настоящее учебно-методическое пособие «Реализация курса внеурочной деятельности «Математические открытия» разработано в помощь учителю математики для преподавания курса внеурочной деятельности. В пособии содержится рабочая программа с календарно-тематическим планированием, методические рекомендации по проведению каждого занятия, ответы ко всем заданиям, список источников.

Курс внеурочной деятельности направлен на практическое применение имеющихся знаний семиклассников при решении различных задач по алгебре, геометрии, вероятности и статистике. Занятия предполагают использование активных форм деятельности с учётом возрастных особенностей обучающихся. В курсе рассматриваются достаточно сложные темы углублённого курса математики 7 класса для закрепления и систематизации знаний обучающихся.

Предложенные материалы к занятиям носят рекомендательный характер и могут быть скорректированы учителем с учётом особенностей обучающихся и собственного методического опыта (например, увеличение или уменьшение количества заданий; добавление данных и т.д.).

Рабочая программа курса внеурочной деятельности «Математические открытия» 7 класс

Рабочая программа курса внеурочной деятельности «Математические открытия» разработана в соответствии с требованиями ФГОС ООО (Приказ Минпросвещения России от 31.05.2021 № 287, в ред. Приказа Минпросвещения России от 18.07.2022 № 561) с учётом приказа Минпросвещения России от 09.10.2024 № 704 «О внесении изменений в некоторые приказы Министерства просвещения Российской Федерации, касающиеся федеральных образовательных программ начального общего образования, основного общего образования и среднего общего образования», на основании Федеральной рабочей программы основного общего образования «Математика» (углублённый уровень).

Данный курс внеурочной деятельности является курсом познавательной направленности и рассчитан на 17 часов.

Цель курса:

развивать логическое мышление, функциональную грамотность обучающихся.

Задачи курса:

научить обучающихся проводить доказательные рассуждения, строить логические умозаключения;

научить обучающихся использовать математические знания при решении практических задач;

развивать у обучающихся умения наблюдать, сравнивать, находить закономерности.

Формы проведения занятий:

викторина;

соревнование «Математический турнир»;

соревнование «Математический поединок»;

командные соревнования;

игра «Счастливый случай»;

практическая работа;

практикум;

математический бой;

игра-лотерея;

игра по станциям;

игра «Математический детектив»;

командная (индивидуальная) игра.

1. Планируемые результаты освоения курса внеурочной деятельности

Изучение математики по данной программе способствует формированию у обучающихся личностных, метапредметных и предметных результатов обучения.

Личностные результаты.

Патриотическое воспитание:

проявление интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах.

Гражданское и духовно-нравственное воспитание:

готовность к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и пр.).

Трудовое воспитание:

установка на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений.

Эстетическое воспитание:

способность к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений; умение видеть математические закономерности в искусстве.

Ценности научного познания:

овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира.

Физическое воспитание, формирование культуры здоровья и эмоционального благополучия:

готовность применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность).

Экологическое воспитание:

ориентация на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды; осознанием глобального характера экологических проблем и путей их решения.

Личностные результаты, обеспечивающие адаптацию обучающегося к изменяющимся условиям социальной и природной среды:

готовность к действиям в условиях неопределённости, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность;

необходимость в формировании новых знаний, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать своё развитие.

Метапредметные результаты.

Универсальные познавательные действия обеспечивают формирование базовых когнитивных процессов обучающихся (освоение методов познания окружающего мира; применение логических, исследовательских операций, умений работать с информацией).

Базовые логические действия:

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями; формулировать определения понятий; устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания; формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, самостоятельно устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

Работа с информацией:

выявлять недостаточность и избыточность информации, данных, необходимых для решения задачи;

выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

выбирать форму представления информации и иллюстрировать решаемые задачи схемами, диаграммами, иной графикой и их комбинациями.

Универсальные коммуникативные действия обеспечивают сформированность социальных навыков обучающихся.

Общение:

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения; ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и

письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта; самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

Сотрудничество:

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных математических задач;

принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы; обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, мозговые штурмы и др.).

Универсальные регулятивные действия обеспечивают формирование смысловых установок и жизненных навыков личности.

Самоорганизация:

самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль:

владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения цели, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

Предметные результаты.

Выполнять, сочетая устные и письменные приёмы, арифметические действия с рациональными числами, использовать свойства чисел и правила действий, приёмы рациональных вычислений. Округлять числа с заданной точностью, а также по смыслу практической ситуации, выполнять прикидку и оценку результата вычислений, оценку значений числовых выражений, в том числе при решении практических задач.

Решать текстовые задачи арифметическим способом, использовать таблицы, схемы, чертежи, другие средства представления данных при решении задач. Решать практико-ориентированные задачи, связанные с отношением величин, пропорциональностью величин, процентами, интерпретировать результаты решения задач с учётом ограничений, связанных со свойствами

рассматриваемых объектов. Делимость. Доказывать и применять при решении задач признаки делимости на 2, 4, 8, 5, 3, 6, 9, 10, 11, признаки делимости суммы и произведения целых чисел. Раскладывать на множители натуральные числа. Свободно оперировать понятиями: чётное число, нечётное число, взаимно простые числа. Находить наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел и использовать их при решении задач, применять алгоритм Евклида. Оперировать понятием остатка по модулю, применять свойства сравнений по модулю.

Решать линейные уравнения с одной переменной, применяя правила перехода от исходного уравнения к равносильному ему. Проверять, является ли число корнем уравнения.

Измерять линейные и угловые величины. Решать задачи на вычисление длин отрезков и величин углов. Проводить основные геометрические построения с помощью циркуля и линейки.

Читать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, представлять данные в виде таблиц, строить столбиковые (столбчатые) и круговые диаграммы по массивам значений. Описывать и интерпретировать реальные числовые данные, представленные в таблицах, на диаграммах, графиках. Использовать для описания данных статистические характеристики: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, квартили. Иметь представление о логических утверждениях и высказываниях, уметь строить отрицания, формулировать условные утверждения при решении задач.

Программа курса не предполагает расширение и углубление математических знаний школьников. Курс направлен на практическое применение имеющихся знаний семиклассников.

2. Содержание курса

Рациональные числа. Округление чисел. Оценка. Прикидка. Арифметические действия с рациональными числами. Решение текстовых задач арифметическим способом. Решение задач из реальной практики на части, на дроби, на проценты, применение отношений и пропорций при решении задач, решение задач на движение, работу, покупки, налоги. Делимость целых чисел. Свойства делимости. Простые и составные числа. Чётные и нечётные числа. Признаки делимости на 2, 4, 8, 5, 3, 6, 9, 10, 11. Признаки делимости суммы и произведения целых чисел при решении задач с практическим содержанием. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное двух чисел. Взаимно простые числа. Алгоритм Евклида. Деление с остатком. Арифметические операции над остатками. Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков, интерпретация данных. Чтение и построение таблиц, диаграмм, графиков по реальным данным.

Модуль числа. Линейное уравнение, содержащее знак модуля.

Взаимное расположение точек на прямой. Измерение длины отрезка, расстояние между точками. Полуплоскость и угол. Виды углов. Измерение величин углов. Параллельные и перпендикулярные прямые. Расстояние от точки до прямой. Биссектриса угла. Простейшие построения. Инструменты для измерений и построений.

Симметричные фигуры. Основные свойства осевой симметрии. Примеры симметрии в окружающем мире.

Представление данных в виде таблиц, диаграмм. Заполнение таблиц, чтение и построение столбиковых (столбчатых) и круговых диаграмм. Чтение графиков реальных процессов. Извлечение информации из диаграмм и таблиц, использование и интерпретация данных.

Описательная статистика: среднее арифметическое, медиана, размах, наибольшее и наименьшее значения, квартили, среднее гармоническое, среднее гармоническое числовых данных.

Утверждения и высказывания. Отрицание утверждения, условные утверждения, обратные и равносильные утверждения, необходимые и достаточные условия, свойства и признаки. Противоположные утверждения, доказательства от противного.

3. Тематическое (календарно-тематическое) планирование курса внеурочной деятельности

(1 час в неделю, всего 17 часов)

№ занятия	Тема занятия	Дата (план)	Дата (факт)	Основные виды деятельности обучающихся (на уровне учебных действий)	Форма проведения занятий	ЭОР (ЦОР)*	Материально-техническое оснащение (оборудование)**
1	Повторим математику. Элементы наглядной геометрии и проценты			Применять разнообразные способы и приемы вычисления значений дробных выражений. Решать задачи на части, проценты, пропорции, на нахождение дроби (процента) от величины и величины по ее дроби (проценту), дроби (процента), который составляет одна величина от другой. Приводить, разбирать, оценивать различные решения, записи решений текстовых задач. Использовать таблицы, схемы, чертежи, другие средства представления данных при решении задачи. Отмечать в координатной плоскости точки по заданным координатам. Решать практико-ориентированные задачи, используя наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное двух чисел. Применять свойства делимости.	соревнование «Математический поединок»	1, 2	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
2	Интересные вопросы				игра		
3	Рациональный арифметический способ решения текстовых задач из реальной жизни				соревнование		
4	Математика вокруг нас				викторина		
5	Измеряй на свой аршин				практическая работа		
6	Найди углы				командные соревнования		
7	Изучаем планеты Солнечной системы				командные соревнования		
8	Покажи смекалку				игра-лотерея		
9	Строим с помощью линейки				практическая работа		
10	Магия прямых скобок				командные соревнования		

11	Симметричные фигуры в окружающем мире			Применять алгоритм Евклида. Формулировать определения делимости нацело, чисел, сравнимых по данному модулю. Выполнять деление с остатком. Измерять линейные и угловые величины геометрических и практических объектов. Решать задачи на вычисление длин отрезков и величин углов. Проводить простейшие построения и измерения с помощью инструментов. Осваивать способы представления статистических данных и числовых массивов с помощью таблиц и диаграмм с использованием актуальных и важных данных. Осваивать понятия: наибольшее и наименьшее значения числового массива, размах, квартиль. Строить диаграммы, решать задачи.	игра «Счастливый случай		
12	Мореплавание				командные (индивидуальные) соревнования		
13	Делим числа				соревнование «Математический турнир»		
14	Практическое применение алгоритма Евклида				практикум с элементами проектной и учебно-исследовательской работы		
15	Делимость и остатки				игра по станциям		
16	Арифметика остатков				математический бой		
17	Играем в детективов				игра «Математический детектив»		
	Итого	17					

Электронные (цифровые) образовательные ресурсы*

1. ФГБНУ «Институт стратегии развития образования Российской академии образования». Единое содержание общего образования [Электронный ресурс]. –URL <https://edsoo.ru/>
2. ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений» [Электронный ресурс]. –URL <https://fipi.ru/>

Материально-техническое оснащение (оборудование)**

1. Компьютер, Интернет.
2. Классный набор чертежных инструментов (линейка, угольник, циркуль, транспортир).
3. Доска магнитно-маркерная или меловая.
4. Проектор мультимедийный с креплением.
5. Компьютер (ноутбук) педагога.
6. Компьютер (ноутбук) обучающегося.
7. Интерактивная доска (при наличии в ОО).
8. Индивидуальный набор чертежных инструментов обучающегося (линейка, угольник, транспортир).
9. Раздаточный материал (в соответствии с темой занятия).

Методические рекомендации для проведения занятий

Занятие 1. Повторим математику. Элементы наглядной геометрии и проценты

Цель занятия: развивать логическое мышление, пространственное воображение, умение работать в команде, применять знания при решении нестандартных задач.

Форма проведения занятия: соревнование «Математический поединок».

Оборудование: интерактивная доска или проектор (для демонстрации заданий и ведения счёта); секундомер, табло для счёта; музыка для фона (негромкая, энергичная).

Раздаточный материал: распечатанные фигурки животных, цветные карандаши/фломастеры, ножницы, бумага для каждой команды; фигурки пентамино (заранее вырезать из плотной бумаги или картона).

Указание. Разделить обучающихся на 2 команды. Соревнование проводится по 5 конкурсам. Побеждает команда, набравшая большее количество баллов.

 Рекомендации. Перед проведением соревнования повторить с обучающимися понятия «процент», «периметр фигуры».

Приветствие. Представление команд (пусть придумают названия самостоятельно).

Конкурс 1. Математическая раскраска

Выполняют все члены команды вместе. Оценивается скорость и точность. Первая правильно раскрасившая команда получает 3 балла, вторая – 1 балл. Если обе с ошибками, то 1 балл получает команда с меньшим числом ошибок.

Задание. Раскрасить фрагмент рисунка согласно коду. Код — это примеры. Каждому ответу соответствует свой цвет.

Необходимы распечатанные листы с заданиями для каждой команды (Приложение 1), цветные карандаши.

Конкурс 2. Проценты в жизни

Команды записывают решение на листочке и сдают жюри (ведущему). Оценивается правильность и полнота решения. За верный ответ с решением – 3 балла. Если ответ верный, но нет хода решения (или он неполный) – 1 балл. Можно дать дополнительный балл за самое подробное объяснение у доски.

Задание 1. Стиральная машина подорожала на 15% и стала стоить 43999 рублей. Потом она подешевела на 12%. На сколько рублей дороже стоила эта стиральная машина до подорожания, чем после того, как она подешевела?

Решение.

- 1) $43999 : 1,15 = 38260$ (рублей) – первоначальная цена стиральной машины
- 2) $43999 \cdot 0,88 = 38719,12$ (рублей) – конечная цена
- 3) $38719,12 - 38260 = 459,12$ (рублей) – разница

Ответ. 459,12 рублей.

Задание 2. В институте 10 500 студентов. Каждый изучает хотя бы один из двух иностранных языков: английский или французский. Английский язык изучают 80 % студентов, а французский – 30%. Сколько студентов изучают оба языка?

Решение:

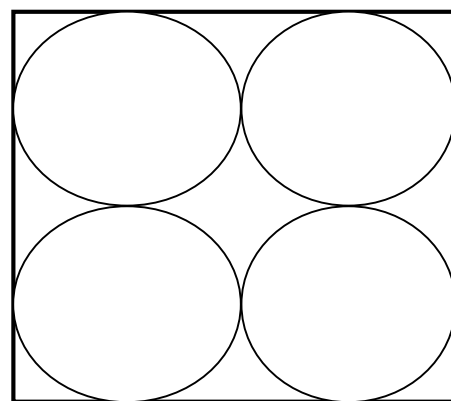
- 1) $10500 \cdot 0,8 = 8400$ (студентов) – изучают английский язык
- 2) $10500 \cdot 0,3 = 3150$ (студентов) – изучают французский язык
- 3) $10500 - 8400 = 2100$ (студентов) – изучают только французский язык
- 4) $3150 - 2100 = 1050$ (студентов) – изучают оба языка

Ответ. 1050 студентов.

Конкурс 3. Задача на площадь круга и длину окружности

Команды записывают решение на листочке и сдают жюри (ведущему). Оценивается правильность и полнота решения. За верный ответ с решением – 3 балла. Если ответ верный, но нет хода решения (или он неполный) – 1 балл. Можно дать дополнительный балл за самое подробное объяснение у доски.

Задание 1. Возле школы решили разбить клумбу в виде квадрата со стороной 4 м. Ее разделили на 4 равных квадрата. В каждом квадрате нарисовали по одной окружности и посадили внутри них цветы. На оставшейся площади посеяли траву. Найдите площадь, которую занимают цветы. Определите, какая площадь покрыта травой. (считать $\pi=3,14$).

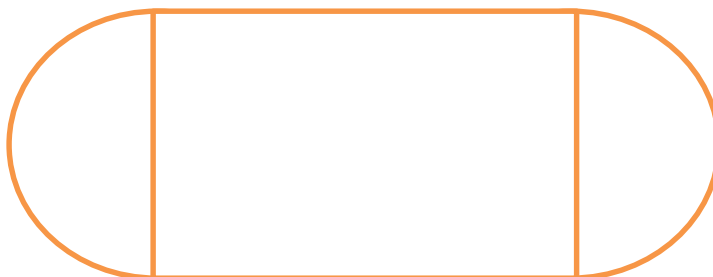


Решение.

Площадь квадрата $S = 4 \cdot 4 = 16$ (м²); площадь круга $S = 3,14 \cdot 1 = 3,14$ (м²)
 $3,14 \cdot 4 = 12,56$ (м²) – площадь, которую занимают цветы
 $16 - 12,56 = 3,44$ (м²) – площадь, занятая травой

Ответ. 3,44

Задание 2. На рисунке изображён стадион: прямоугольник с длиной 50 м и шириной 30 м и два полукруга. Вычислите длину бортика, который окружает стадион.



Решение.

$3,14 \cdot 30 = 942$ (м) – длина двух полукругов

$942 + 50 + 50 = 1042$ (м) – длина бортика

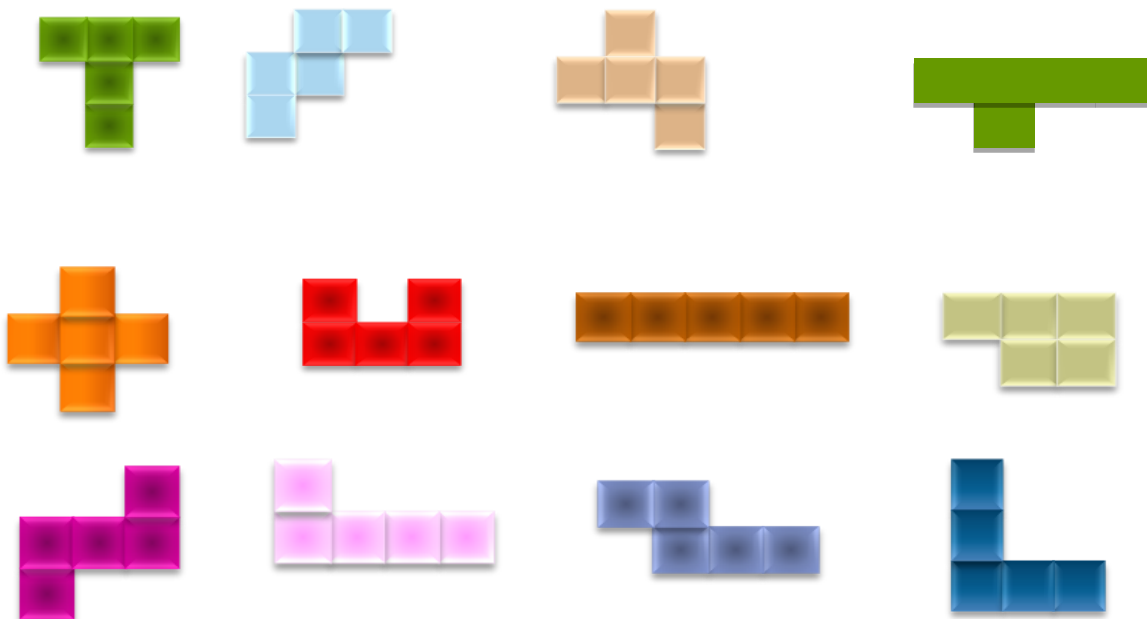
Ответ. 1042 м.

Конкурс 4. Пентамино - фигурки, состоящие из 5 квадратов (игра «Тетрис»)

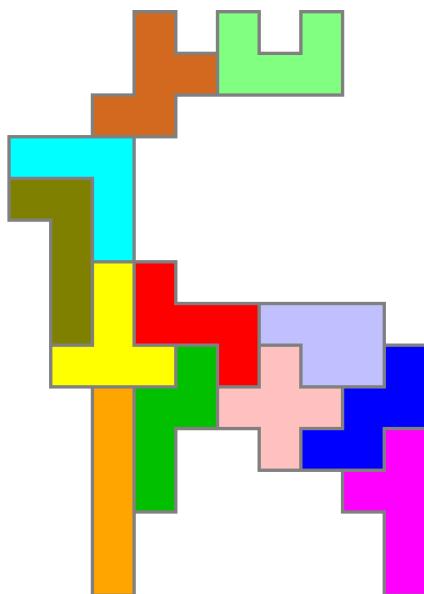
Каждая команда получает два задания, последовательно. Например, сначала сложить прямоугольник 5x4 из предложенных 4 фигур (проще), затем более сложную фигуру (составить фигуру какого-нибудь животного). Выполняется на скорость. За первое задание: 1-е место 2 балла, 2-е место 1 балл. За второе задание: 1-е место 3 балла, 2-е место 2 балла.

Задание. Сложить из заданных фигур пентамино прямоугольник (или другую фигуру).

Необходимы наборы фигур пентамино (по 5-6 разных фигур для каждого задания) для каждой команды. Задание проецируется на экран.



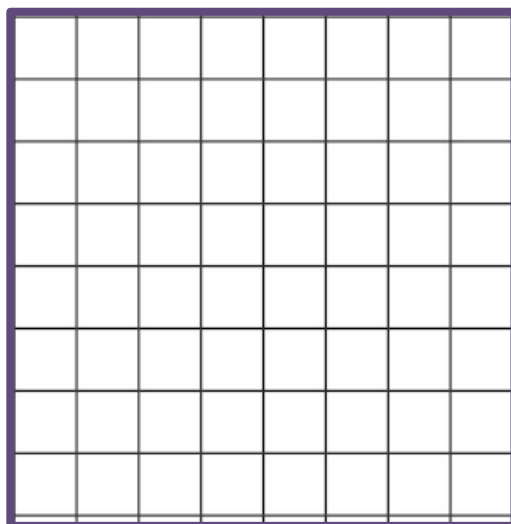
Возможный ответ.



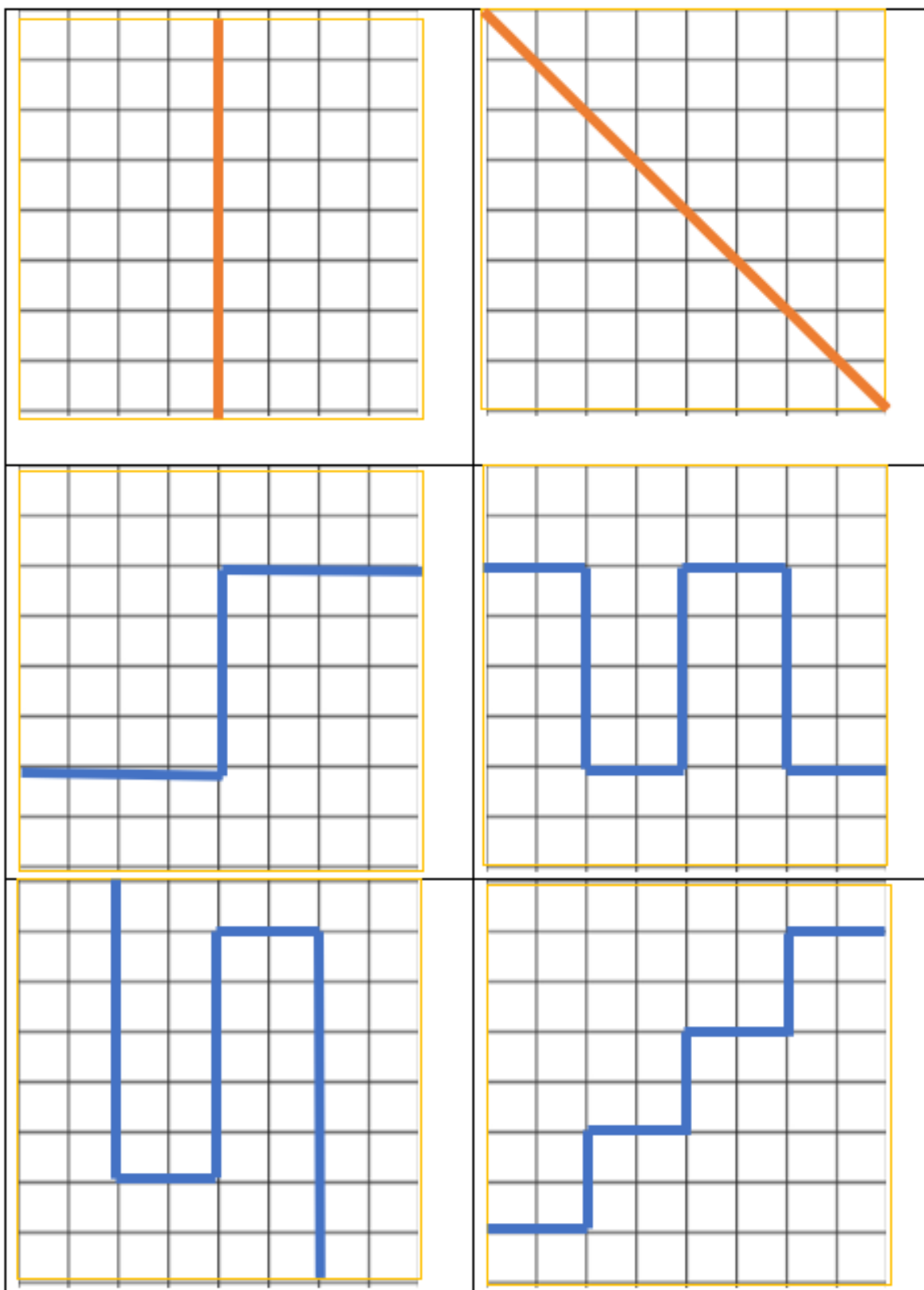
Конкурс 5. Задача на разрезание (логическая разминка)

Команды записывают решение на листочке и сдают жюри (ведущему). Можно использовать листочек для пометок. За верный ответ с чётким объяснением – 3 балла. За верный ответ без объяснения – 1 балл.

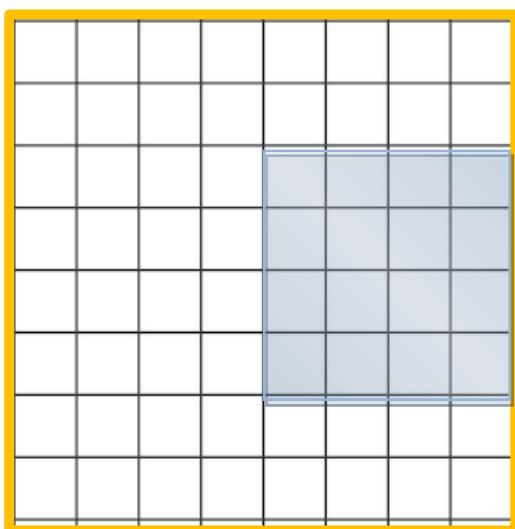
Задание 1. Разрезать квадрат размером 8 на 8 клеток на две равные части шестью способами.



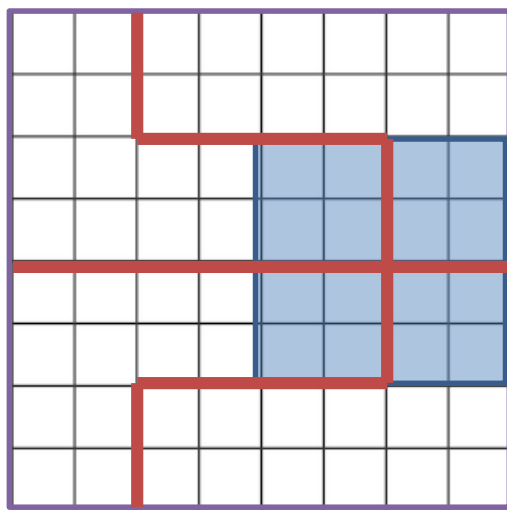
Ответ.



Задание 2. Разрезать квадрат на четыре равные части так, чтобы в каждой части было равное количество закрашенных клеток.



Ответ.

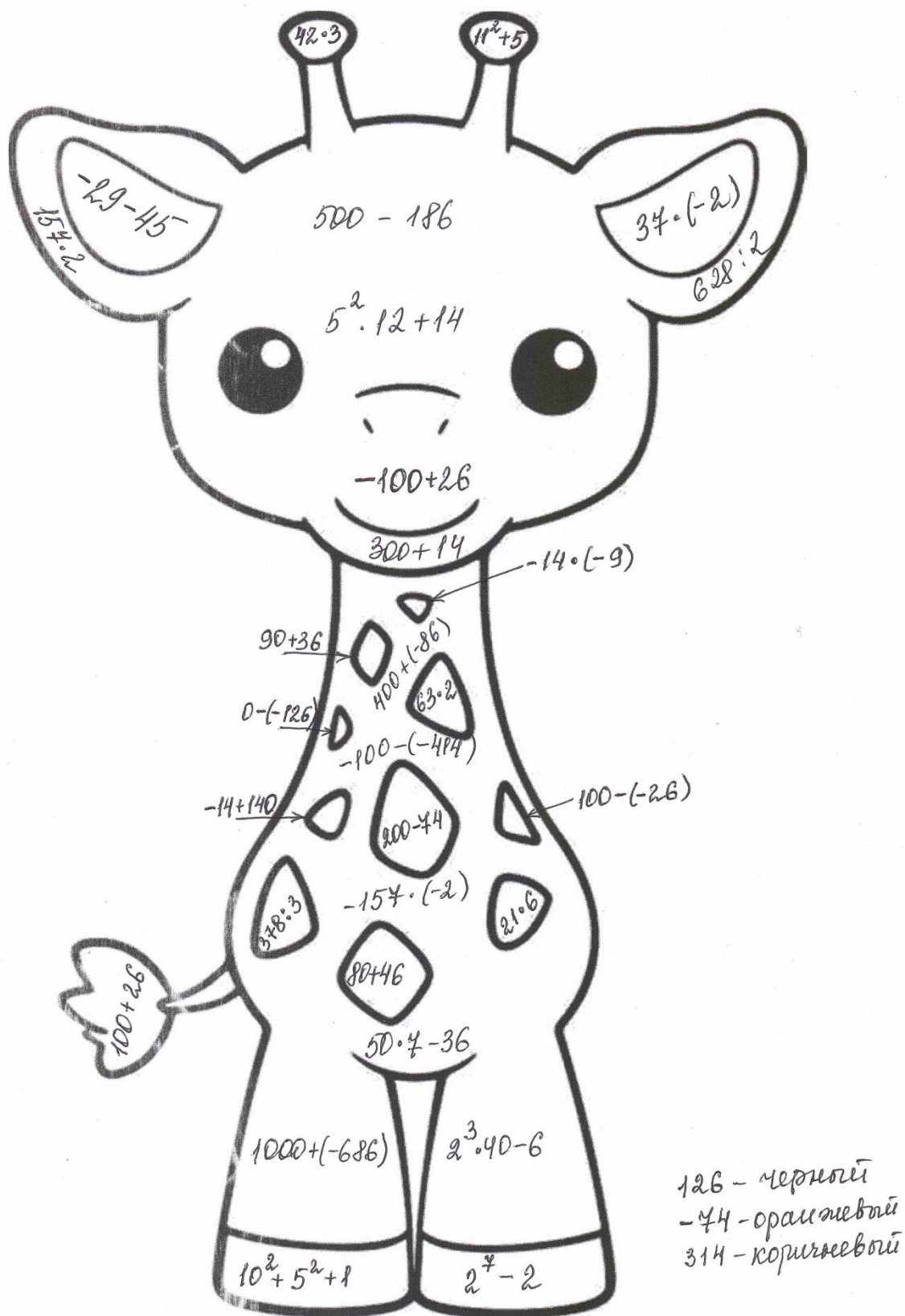


Подведение итогов и награждение.

Подсчёт баллов, объявление победителей. Для награждения можно подготовить грамоты. Заключительное слово учителя о важности математики в жизни.



126 - коричневый
 -44 - розовый
 314 - оранжевый



Занятие 2. Интересные вопросы

Цель занятия: рассмотреть решение логических задач разных типов.

Форма проведения занятия: игра.

Оборудование: интерактивная доска или проектор (вопросы для приобретения билетов).

Указание. Занятие провести в виде индивидуальной игры – ответы на вопросы. Получив определённый номер билета, ученик на занятии 8 получает задание и выполняет его. (Ход «Лотереи» подробно прописан в занятии 8).

 Рекомендации. Во время приобретения билетов обучающимися организовать ответы на вопросы таким образом, чтобы каждый получил хотя бы один билет. На этом занятии «распродать» номера лотерейных билетов, на занятии 8 их проверить. Жетоны, которые обучающиеся получают на занятии, в приложении. В зависимости от уровня подготовки обучающихся возможно уменьшение количества вопросов.

Вопросы для приобретения билетов.

Вопрос 1. Четыре человека обменялись рукопожатиями. Сколько было рукопожатий?

Ответ. 6.

Вопрос 2. В комнате четыре угла. В каждом углу сидит по кошке. Напротив каждой – по три кошки. Сколько кошек всего?

Ответ. 4.

Вопрос 3. 60 листов имеют толщину 1 см, какова толщина всех листов книги, если в ней 480 страниц?

Ответ. 4.

Вопрос 4. Какой цифрой оканчивается произведение всех натуральных чисел от 1 до 91?

Ответ. 0.

Вопрос 5. Представьте число 10 в виде суммы четырех нечетных слагаемых тремя способами.

Ответ. $1+3+3+3$; $1+1+3+5$; $1+1+1+7$.

Вопрос 6. Колесо имеет 20 спиц, сколько промежутков между спицами?

Ответ. 20.

Вопрос 7. Врач прописал Кате 3 таблетки, указав, что каждую таблетку надо принимать через 40 минут. На сколько минут Кате хватит таблеток?

Ответ. 80.

Вопрос 8. В квадрате проведены два отрезка, соединяющие противоположные вершины. Сколько всего получилось треугольников?

Ответ. 8.

Вопрос 9. Укажите наибольшее двузначное число, которое делится на 6.

Ответ. 96.

Вопрос 10. Петя находит сумму цифр на табло электронных часов. Например, если часы показывают 21:17, Петя получает число 11. Какую наибольшую сумму он может получить?

Ответ. 24, 19:59.

Вопрос 11. Когда произведение двух чисел равно их частному?

Ответ. Когда одно из чисел равно 1 или 0.

Вопрос 12. Напиши число 100 с помощью пяти единиц и знаков действий.

Ответ. 111–11.

Вопрос 13. На собачью выставку привезли 108 далматинцев. У 58 из них черное пятно только на левом ухе, у 23 только на правом ухе, а у 12 – уши белые. У скольких собак пятна на обоих ушах?

Ответ. 15.

Вопрос 14. Сколько граней имеет новый шестигранный карандаш?

Ответ. 8.

Вопрос 15. Чему равна площадь квадрата, периметр которого 36 см?

Ответ. 81 см².

Вопрос 16. Сумма возрастов трех друзей 31 год. Сколько лет им будет вместе через 7 лет?

Ответ. 52.

Вопрос 17. Исправь ошибку $VI - IV = IX$, переставив только одну спичку.

Ответ. $V + IV = IX$.

Вопрос 18. Сколько горошин может войти в обыкновенный стакан?

Ответ. Нисколько. Горошины не могут ходить.

Вопрос 19. Какой наименьший угол составляют стрелки часов в 2 часа?

Ответ. 60°.

Вопрос 20. В ящике лежат 100 желтых, 100 красных, 100 оранжевых и 100 фиолетовых. Сколько карандашей необходимо достать, не заглядывая в ящик, чтобы среди них обязательно нашлись хотя бы 1 желтый и 1 красный?

Ответ. 301.

Вопрос 21. В стране Логикум 11 городов. И каждые два города соединены железной дорогой. Сколько всего железных дорог в стране Логикум?

Ответ. 55.

Вопрос 22. Камень весит 5 кг, еще треть камня и еще половину камня. Сколько весит камень?

Ответ. 30 кг.

Вопрос 23. Несколько гномов, навьючив свою поклажу на пони, отправились в дальний путь. Их заметили зайчата, которые насчитали в караване 36 ног и 15 голов. Сколько было гномов и сколько пони?

Ответ. 3 пони и 12 гномов.

Вопросы и задания для самопроверки

1. Старому дедушке надо перенести с огорода в погреб 108 мешков с картошкой. Он позвал на помощь внуков. Внуки разбились на пары, и каждой паре досталось по 12 мешков. Сколько внуков у дедушки?

Ответ. 18.

2. На кабинках колеса обозрения написаны номера 1, 2, 3, 4, ... Когда кабинка с номером 21 находится в верхней точке колеса, кабинка с номером 7 находится в самой нижней точке. Сколько кабинок на колесе обозрения?

Ответ. 28.

3. Который сейчас час, если оставшаяся часть суток вдвое меньше прошедшей?

Ответ. 16.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20

Занятие 3. Рациональный арифметический способ решения текстовых задач из реальной жизни

Цель занятия: рассмотреть методы решения сложных текстовых задач.

Форма проведения занятия: соревнование.

Раздаточный материал: карточки с текстами задач.

Указание. Перед началом занятия подготовить рабочие листы для каждого обучающегося, на столах поставить таблички с номерами групп. Учащимся необходимо за 40 минут пройти путь от стартапа до успешного проекта. Предстоит столкнуться с реальными жизненными ситуациями: покупка оборудования, аренда офиса, логистика доставки товаров. Побеждает тот, кто быстрее всех решит задачи арифметическим способом, допустит меньше всего ошибок и сохранит максимальный "бюджет". Запрещено использовать уравнения с переменными. Решать только по действиям с пояснениями. За каждую неверную попытку обучающийся теряет 100 «виртуальных единиц» бюджета

Этапы занятия.

1. Задача-вызов. В магазине электроники проходит акция: при покупке смартфона и наушников вместе цена составляет 25000 рублей. Если купить два смартфона и одни наушники, то цена составит 42000 рублей. Сколько стоят наушники отдельно?



Рекомендации. Для организации работы над задачами предлагаем список вопросов и примеры обсуждения.

Вопросы для обучающихся.

1. Почему в реальной жизни, например, при покупке в магазине, мы редко составляем уравнения?
2. Какие данные в этой задаче позволяют нам найти цену смартфона мгновенно, просто сравнив два набора покупок?
3. В чем преимущество арифметического способа перед алгебраическим при решении бытовых задач?

Пример обсуждения.

Обучающийся: «Мы видим, что второй набор отличается от первого ровно на один смартфон».

Учитель: «Верно. Какое действие необходимо выполнить? Что найдём?
 $42000 - 25000 = 17000$ рублей»

Обучающийся: «Это цена смартфона. Значит, наушники стоят
 $25000 - 17000 = 8000$ 25000-17000=8000 рублей».

Учитель подводит итоги обсуждения.

2. Разбор стратегий по типам задач (12–15 мин)

Учитель объясняет три вида задач, акцентируя внимание на логических шагах.

Движение и «избыточные данные». Семья едет на дачу на автомобиле со скоростью 80 км/ч. Расстояние до дачи 160 км. По пути они заехали на заправку на 15 минут, где купили кофе за 200 рублей. Сколько времени они провели бы в пути, если бы ехали со скоростью 100 км/ч без остановок?



Рекомендации.

Действия учителя	Вопросы и пояснения
Анализ данных	Какие данные здесь лишние для ответа на вопрос? (Цена кофе, время на заправке)
Логический шаг	Нам нужно найти время. Что для этого необходимо? (Расстояние и новая скорость)
Решение	$160 : 100 = 1,6$ (часа) или 1 час 36 минут

Проценты и «реальный чек». В магазине электроники акция: «Скидка 10 % на всё, а при покупке от 5000 рублей – дополнительная скидка 5% на итоговую сумму». Смартфон стоит 6000 рублей. Покупатель утверждает, что общая скидка составит 15%. Прав ли он?

Учителю надо показать метод «базового числа».

Считаем первую скидку: $6000 \cdot 0,1 = 600$ (рублей). Цена стала 5400 рублей.

Считаем вторую скидку от новой суммы: $5400 \cdot 0,05 = 270$ (рублей).

Итоговая цена: $5400 - 270 = 5130$ (рублей).

Вопрос к обучающимся: «Сколько составила реальная скидка в рублях? (870 рублей). А сколько было бы 15 от 6000? (900 рублей). Почему результаты разные?»

Совместная работа (Метод «целой части»). Мастер может собрать шкаф за 3 часа, а его стажер – за 6 часов. Успеют ли они собрать шкаф за 1,5 часа, работая вместе?

Вопрос учителя: «Какую часть шкафа сделает мастер за 1 час?» *Ответ.* $\frac{1}{3}$.

Вопрос учителя: «Какую часть шкафа сделает стажер за 1 час?» *Ответ.* $\frac{1}{6}$.

Надо сложить производительности $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ (полшкафа в час).

Если за час они делают половину, то на весь шкаф уйдет ровно 2 часа.

Ответ. Нет, не успеют.

3. Анализ условия на «недостаточность данных» (2 мин)

Задание-ловушка. Бригада строителей должна выложить плиткой дорожку длиной 30 метров. За первый день они выложили 6 метров. За сколько дней они закончат работу?

Вопросы для обучающихся.

1. Можем ли мы точно ответить на вопрос? Ответ. Нет.

2. Каких данных не хватает? Ответ. Мы не знаем, будут ли они работать с той же скоростью, или их производительность изменится.

Учитель: «В реальной жизни условия часто меняются (погода, усталость). Арифметический способ позволяет быстро прикинуть "идеальный" вариант, но всегда нужно учитывать погрешность».

Шаг 1. Отбросить лишнюю информацию (цены, имена и т.д.).

Шаг 2. Привести данные к единым измерениям (скорость в час, работа в час).

Шаг 3. Проверить ответ на здравый смысл (может ли скидка быть больше 100 %, или скорость пешехода 50 км/ч?).

4. Практическая работа по группам (10-15 мин)

Каждая группа получает карточку с двумя задачами: одна – логистическая, вторая – финансовая.

Учитель: «Представьте, что вы – сотрудники консалтингового агентства. К вам обратились клиенты за расчетами. Важное условие: ваш отчет должен быть понятен человеку, не знающему алгебру, поэтому решение нужно представить в виде логической цепочки действий с краткими пояснениями, без использования переменных.

Задача 1 (Логистика и планирование). Грузовик и легковой автомобиль выехали одновременно навстречу друг другу из городов А и Б. Они встретились через 4 часа. Если бы они выехали одновременно в одном направлении, то через 6 часов легковой автомобиль опережал бы грузовик на 120 км. Найдите скорость каждого автомобиля, если расстояние между городами 400 км.

Вопросы для обсуждения в группе (Подсказки от учителя).

Чему равна скорость сближения автомобилей? (Подсказка: $400 : 4$)

На сколько километров в час легковой автомобиль едет быстрее грузового? (Подсказка: $120:6$)

Если мы знаем сумму скоростей и их разность, как найти каждую скорость?

Решение.

$400:4 = 100$ (км/ч) – сумма скоростей

$120:6 = 20$ (км/ч) – разность скоростей

$(100 - 20):2 = 40$ (км/ч) – скорость грузовика

$40 + 20 = 60$ (км/ч) – скорость легкового автомобиля

Ответ. 40 км/ч, 60 км/ч.

Задача 2 (Финансы и налоги). Предприниматель купил партию товара. После продажи первой половины товара по цене на 25% выше закупочной, он решил распродать остаток со скидкой. В итоге общая прибыль составила 10% от вложенных средств. С какой скидкой (в процентах) от первоначальной цены продажи он реализовал вторую половину товара?

Вопросы для обсуждения в группе (Подсказки от учителя).

Если мы не знаем цену, какое удобное число можно взять за «базу» (100 рублей, 1000 рублей)?

Сколько денег получил предприниматель с первой половины товара?

Сколько всего денег он должен был получить, чтобы прибыль составила 10%?

Решение. (Можно взять цену 1000 рублей или 100 единиц товара и т.д.)

Пусть предприниматель купил 10 единиц товара по цене 100 рублей, потратил 1000 рублей. Он продал 5 единиц товара по цене $100 \cdot 1,25 = 125$ (рублей) на сумму $125 \cdot 5 = 625$ (рублей). Общая прибыль в итоге составила $1000 \cdot 1,1 = 1100$ (рублей). Значит, ещё 5 единиц товара он продал за $1100 - 625 = 475$ (рублей), то есть 1 единицу товара за 95 рублей.

Найдём скидку $125 - 95 = 30$ (рублей), значит $30:125 \cdot 100 = 24$ (%).

Ответ. 24 %.

Учитель демонстрирует на экране эталонные схемы-рассуждения. Группы обмениваются карточками для взаимопроверки.

Таблица для самопроверки критериев решения:

Критерий	Есть в решении (Да/Нет)
Отсутствие переменных (x и y)	
Наличие пояснений к каждому действию	
Использование логической схемы или рисунка	
Верный итоговый ответ	

5. Подведение итогов. Рефлексия (3-5 мин)

Этот этап направлен на осознание обучающимися ценности арифметического метода (решение «по действиям») в сравнении с алгебраическим (составление уравнений) и оценку собственного прогресса на занятии. Учитель подводит краткий итог занятия, акцентируя внимание на том, что математика – это не только формулы, но и логика здравого смысла. Напоминает ключевые типы задач, решенных на уроке (например, задачи на проценты в магазине, расчет времени в пути или распределение бюджета).

Иницирует краткое обсуждение, чтобы обучающиеся научились выбирать оптимальный путь решения.

Вопрос.

В каких жизненных ситуациях, на ваш взгляд, арифметический способ (в уме или на черновике) эффективнее, чем составление сложного уравнения?

Ожидаемый ответ. Когда нужно быстро принять решение (в магазине, при расчете сдачи, при оценке времени до прибытия поезда), когда уравнение получается слишком громоздким для простой логической задачи.

Занятие 4. Математика вокруг нас

Цель занятия: формировать умения применять математику в реальных жизненных ситуациях.

Форма проведения занятия: викторина.

Указание. Разделить обучающихся на группы с помощью метода «Случайного выбора» (например, раздача карточек с геометрическими фигурами или элементарными математическими выражениями).



Рекомендации. **Примеры заданий для формирования групп.**

Обучающиеся выбирают карточки с выражениями. Группы формируются по результатам вычислений:

Группа 1 (результат 10): карточки с выражениями: $2 \cdot 5$; $14,3 - 4,3$; $20 : 2$.

Группа 2 (результат 12): карточки с выражениями: $3 \cdot 4$; $18,5 - 6,5$; $24 : 2$.

Группа 3 (результат 15): карточки с выражениями: $3 \cdot 5$; $17,2 - 2,2$; $30 : 2$.

Обучающиеся с одинаковыми ответами объединяются в одну группу (по 4-5 человек). Можно увеличить число групп, в зависимости от количества обучающихся в классе. После формирования группы получают карточки с задачами, связанными с повседневной жизнью (например, расчёт скидок в магазине, определение времени прибытия поезда, подсчёт расходов на поездку). За правильное решение начисляются баллы. Тур на таком занятии может представлять собой блок задач, объединённых одной темой или видом деятельности. Каждый тур завершается подведением промежуточных результатов и обсуждением наиболее интересных решений. Такой подход позволяет разнообразить содержание занятия и удерживать внимание обучающихся благодаря смене видов задач.

Тур 1. Экономика и финансы (задачи связаны с расчетом доходов, расходов, процентов и скидок).

Вопрос обучающимся. Как вы думаете, можно ли с помощью математики защитить свой кошелек?

Ответ. Да.

«Скидка на технику». Телевизор стоил 25 тысяч рублей. После акции на него была предоставлена скидка 15%, затем ещё одна акция снизила цену дополнительно на 10%. Во сколько теперь обойдётся телевизор покупателю?

Вопросы для обсуждения в группе (анализ условия)

1. Как вы думаете, будет ли скидка в 25% ($15\% + 10\%$) равна той цене, которую мы получим после двух последовательных снижений? Почему?

2. Изменяется ли база (сумма), от которой мы считаем 10 % скидки, после того как мы применили первую скидку в 15 %?

Решение.

Сумма первой скидки $25000 \cdot 0,15 = 3750$ (рублей).

Цена после первой скидки $25000 - 3750 = 21250$ (рублей)

Сумма второй скидки $21250 \cdot 0,1 = 2125$ (рублей)

Цена телевизора после второй скидки $21250 - 2125 = 19125$ (рублей).

Ответ. 19125 рублей.



Рекомендации. Анализ и оценка (критическое мышление)

Учитель. Представьте, что вы – маркетологи крупного магазина электроники. Вам нужно продать телевизоры. Что вы напишете на рекламном плакате: «Скидка 25%» или «Скидки 15% + 10%»?

Обучающийся. Я бы написал «Скидка 25%». Это звучит солиднее и сразу понятно, что цена сильно упала.

Учитель. Хорошо, а если мы посчитаем? 25% от 25 000 – это 6250 рублей скидки. Цена получается 18750 рублей. А у нас получилось 19125 рублей. Магазин сэкономил 375 рублей. А теперь вопрос: почему магазин не дает сразу 25%, а разбивает на 15% и 10%?

Обучающийся. Наверное, чтобы запутать покупателя! Кажется, что скидок много, они идут одна за другой, и человек думает, что это очень выгодно.

Верно, это психологический трюк. А как вы думаете, выгодно ли это покупателю?

Обучающийся. Покупателю выгоднее 25%, потому что цена ниже. Но если он не умеет считать, он выберет 15% + 10%.

Учитель. Отлично! Значит, знание математики – это еще и способ сэкономить деньги в кошельке.

1.2 «Расходы на путешествие». Семье предстоит поездка на отдых длительностью 10 дней. Они планируют общие ежедневные траты на питание 1500 рублей, проживание – 2500 рублей, развлечения – 1000 рублей. Кроме того, они хотят отложить дополнительно 10% от общих затрат на непредвиденные расходы. Сколько средств потребуется семье на всю поездку?

Вопросы для обсуждения в группе (структурирование данных)

1. Из чего складывается бюджет одного дня?
2. Как изменится общая сумма, если мы решим сократить поездку до 7 дней?

3. Что такое «непредвиденные расходы» и почему важно закладывать их в бюджет заранее?

Решение.

Ежедневные расходы $1500 + 2500 + 1000 = 5000$ (рублей)

Расходы за 10 дней $5000 \cdot 10 = 50000$ (рублей)

Сумма на непредвиденные расходы $50000 \cdot 0,1 = 5000$ (рублей)

Потребуется на поездку $50000 + 5000 = 55000$ (рублей).

Ответ. 55000 рублей.

Анализ и оценка.

Учитель. Путешествие – это не только билеты и отель. Это череда маленьких «сюрпризов»: забытая зарядка, внезапный ливень, из-за которого нужно ехать на такси вместо автобуса, или самое вкусное мороженое в городе, которое вы просто обязаны попробовать. Чтобы такие моменты не превращались в стресс, здесь на помощь приходит «финансовая подушка безопасности». Для финансовой безопасности опытные путешественники используют правило «Золотых 10%». Почему именно 10%? Это «золотая середина» финансового планирования.

Меньше 5% слишком мало, чтобы покрыть реальные непредвиденные расходы. Больше 20%: «замораживает» лишние деньги, которые могли бы пойти на другие цели или развлечения. 10%: идеальный буфер, который защищает от мелких неприятностей, не перегружая ваш основной бюджет.

Как рассчитать «подушку» за 30 секунд?

Расчет максимально прост. Сложите все основные расходы на поездку и умножьте на 0,1.

Тур 2. Путешествия и транспорт (задачи связаны с путями, скоростями движения, расходом топлива и временем поездки).

2.1. «Скорость доставки». Со склада требуется доставить партию товара в магазин, расположенный от него в 60 км. Грузовик выезжает со склада со скоростью 40 км/ч. Через 30 минут пути он делает вынужденную остановку на 15 минут для проверки груза. После остановки водителю нужно успеть доставить товар за 1 час 15 минут, чтобы успеть до закрытия магазина. С какой минимальной скоростью необходимо двигаться грузовику после остановки, чтобы успеть вовремя?

Вопросы для обсуждения в группе (анализ условия)

1. Сколько всего времени есть у водителя на всю дорогу, чтобы успеть до закрытия магазина?

2. Какое расстояние грузовик уже проехал за первые 30 минут, и сколько километров ему осталось преодолеть?

3. Почему мы не можем просто разделить 60 км на общее время?

Решение.

1 час 15 минут переведём в часы, получим 1,25 часа

$40 \cdot 0,5 = 20$ (км) – проехал грузовик до остановки

$60 - 20 = 40$ (км) – осталось проехать

$40 : 1,25 = 32$ (км/ч) – скорость для преодоления оставшегося пути

Ответ. 32 км/ч.

Анализ и оценка.

Учитель. Если бы водитель не делал остановку, успел бы он приехать раньше? На сколько?

Обучающийся. Если бы остановки не было, водитель потратил бы на путь 60 км меньше времени. Реально он затратил $30 + 15 + 75 = 120$ (минут) или 2 часа. Если убрать остановку, то всё время составило бы 105 минут (1 час 45 минут). Значит, без остановки он приехал бы на 15 минут раньше.

Учитель. Как вы думаете, почему в условии задачи стоит слово «минимальная» скорость?

Обучающийся. Потому что, если водитель поедет быстрее этой скорости, он приедет в магазин с запасом времени, что хорошо. А вот если он поедет *медленнее*, то он опоздает к закрытию. Значит, эта «минимальная скорость» – это «порог безопасности»: ниже него опускаться нельзя, если хочешь успеть вовремя.

Учитель. Представьте, что магазин закрывается через 1 час 10 минут после остановки грузовика. Изменится ли ответ? Как именно?

Обучающийся. Да, ответ изменится. Расстояние осталось прежним – 40 км, но времени стало меньше: не 75 минут (1,25 ч), а 70 минут (около 1,17 ч). Чтобы преодолеть то же расстояние за меньшее время, скорость нужно увеличить.

2.2. «Экономия топлива». Автомобиль расходует 8 литров бензина на каждые 100 км пути. Цена одного литра бензина 45 рублей. Рассчитайте, сколько денег потратит владелец автомобиля на бензин при поездке протяженностью 500 км.

Вопросы для обсуждения в группе (анализ структуры).

1. Что именно показывает расход 8 литров на 100 км? (Важно, чтобы обучающийся понял: это норма расхода, а не количество бензина на всю поездку).

2. Во сколько раз расстояние 500 км больше, чем стандартные 100 км, принятые в норме расхода?

Решение.

$500 : 100 \cdot 8 = 40$ (л) – необходимо бензина для поездки протяженностью 500 км
 $45 \cdot 40 = 1800$ (рублей) потратит владелец автомобиля на бензин.

Ответ. 1800 рублей.

Анализ и оценка (критическое мышление) учитель проводит после решения двух задач

1. Представьте, что автомобиль проходит 50 км пути по пробкам. Расход увеличивается до 12 л/100 км, а остальные 450 км – по трассе расход составляет 8 л/100 км. Как изменится итоговая сумма?

2. Если цена бензина вырастет на 5 рублей за литр, на сколько увеличится стоимость поездки на 500 км?

Тур 3. Строительство и ремонт (задачи на расчет площадей, объемов материалов, стоимости строительных услуг).

Учитель. Ремонт – это не только покупка материалов, но и оплата труда мастеров. Чтобы бюджет расходов не стал сюрпризом, важно понимать, как специалисты рассчитывают стоимость своих услуг. Чаще всего цена фиксируется за единицу измерения: квадратный метр (м^2) пола, стены или потолка.

3.1. «Ламинат и ковёр». В квартире площадью 60 м^2 требуется ремонт пола. Стоимость укладки ламината составляет 500 рублей за 1 м^2 . Помимо этого, семья хочет приобрести ковёр размером $4 \times 5 \text{ м}$, который стоит 15000 рублей. Найдите общую стоимость затрат.

Вопросы для обсуждения в группе (анализ условий)

1. Нужно сделать ремонт пола во всей квартире площадью 60 м^2 . Мы понимаем, что ковер укладывается поверх ламината, поэтому оплата за укладку ламината рассчитывается с учётом всей площади пола.

2. Все ли данные из условия нам нужны для расчета стоимости укладки ламината?» (Обучающиеся должны заметить, что цена ковра – это отдельная статья расходов, не влияющая на работу мастера).

Решение.

$60 \cdot 500 = 30000$ (рублей) потребуется на ремонт пола

$30000 + 15000 = 45000$ (рублей) общая стоимость затрат.

Ответ. 45000 рублей.

3.2. «Планирование работы». Бригада мастеров должна уложить 120 м^2 плитки. В первый день они выполнили 15 % всей работы, во второй 25% объёма работы от остатка. Сколько квадратных метров плитки им осталось уложить?

Вопрос для обсуждения в группе (логика процесса).

Почему во второй день считаем 25 % не от 120 м^2 , а только от того, что осталось? (Это ключевой вопрос: обсуждаем, что «остаток» – это уже уменьшенная величина).

Решение.

$120 \cdot 0,15 = 18 \text{ (м}^2\text{)}$ плитки уложили в первый день

$120 - 18 = 102 \text{ (м}^2\text{)}$ плитки осталось уложить

$102 \cdot 0,25 = 22,5 \text{ (м}^2\text{)}$ плитки уложили во второй день

$102 - 22,5 = 79,5 \text{ (м}^2\text{)}$ осталось уложить

Ответ. $79,5 \text{ м}^2$.



Рекомендации. Попросить обучающихся оценить решение задачи как «заказчики» или «менеджеры проекта».

Учитель. Мы решили задачу про плитку (или ремонт). Если бы вы были владельцем квартиры, какой совет вы бы дали бригаде, исходя из наших расчетов? Что в этих задачах самое важное для экономии денег или времени?

Обучающийся. Самое важное – это точность расчетов. Я понял, что если мы ошибаемся на самом первом этапе (например, берем проценты не от остатка, а от общего объема), то в конце сумма получается совсем другой. Поэтому давайте сначала всё перепроверим по смете, а потом уже начнем вскрывать упаковки с плиткой.

3.3. «Верно ли?» Маша посчитала, что для покраски в два слоя потолка площадью 20 м^2 (при расходе 0,1 л на 1 м^2 для одного слоя) ей необходимо купить ровно 5 л краски. Права ли Маша? Сколько краски ей потребуется?

Ответ. Не права, 4 л.

Подведение итогов. Подсчет баллов, награждение победителей. Обсуждение ошибок и удачных решений. Короткое обсуждение того, какие знания пригодятся в повседневной жизни.

Рефлексия. Прием «Три ступени успеха» (Самооценка)

Используйте «выходной билет». Обучающиеся на листочках пишут.

1. Что я понял сегодня? (Например: «Проценты от остатка – это всегда меньше, чем проценты от целого»).
2. Где я чуть не ошибся? (Например: «Чуть не сложил проценты вместо последовательного вычитания»).
3. Один вопрос, который остался? (Или «Мне было легко, дайте задачу сложнее»).

Занятие 5. Измеряй на свой аршин

*Измерь самого себя – и ты станешь настоящим геометром.
Марсилио Фичино, средневековый философ*

Цель занятия: изучить старинные русские единицы измерения, научиться применять правила измерения отрезков на практике, используя различные единицы.

Форма проведения занятия: практическая работа.

Оборудование: рулетка.

Раздаточный материал: карточки с таблицами для заполнения.

Указание. Обучающихся разделить по группам 3-5 человек. Каждой группе раздать таблицы для заполнения.



Рекомендации. Перед проведением практической работы напомнить обучающимся информацию о различных мерах длины. В практической работе задание 1 выполняется индивидуально, задание 2 выполняется по группам. После измерений сравнить полученные результаты, обсудить и сделать выводы.

Историческая справка.

Длина – одна из первых геометрических понятий, изученных человеком. Первыми мерами длины были самыми естественными и поэтому сохранились до наших дней. Если при себе нет никаких измерительных инструментов, то зная, размеры своего тела можно узнать длину любого предмета. 18 сентября 1918 года Советом Народных Комиссаров в нашей стране была введена метрическая система мер в качестве обязательной - метр, сантиметр, миллиметр, километр...

Русский перст равен 2 см, ширина указательного пальца.

Вершок равен 4,5 см, длина двух фаланг указательного пальца.

Дюйм равен 2,5 см, длина фаланга большого пальца.

Пядь (от «пясть» - кисть руки).

Малая пядь равна 19 см, расстояние между концами растянутых большого и указательного пальцев.

Великая пядь равна 23 см, расстояние между кончиками большого пальца и мизинца.

Пядь с кувырком равна 27 см, малая пядь и две длины сустава указательного пальца.

Локоть примерно равен 46 см, расстояние от локтевого сгиба до конца вытянутого среднего пальца.

Аршин равен около 72 см, длина руки от основания плеча до кончика вытянутого среднего пальца.

Сажень (от слов «сягать», «досыгать», «доставать»).

Большая сажень равна около 216 см, расстояние от подошвы ноги до конца среднего пальца поднятой вверх руки.

Маховая (мерная) сажень равна около 176 см, расстояние между кончиками пальцев простёртых в стороны рук.

Косая сажень равна около 216 см, расстояние от кончиков пальцев поднятой правой руки до кончиков пальцев левой ноги.

Ход работы.

Задание 1. Составь паспорт некоторых параметров своего тела. Определи на себе, сколько сантиметров составляет перст, вершок, дюйм, пядь, локоть, аршин и сажень. Результаты измерения внеси в таблицу.

<i>Мера длины</i>	<i>Длина (см)</i>
Перст	
Вершок	
Дюйм	
Малая пядь	
Великая пядь	
Пять с кувырком	
Локоть	
Аршин	
Большая сажень	
Маховая сажень	
Косая сажень	

Задание 2. Измерьте в старинных мерах карандаш, учебник, ноутбук, стол, кабинет. Результаты измерений внесите в таблицу.

<i>Предметы</i>	<i>Размеры (в вершках)</i>
Карандаш (длина)	
Учебник (длина и ширина)	
Ноутбук (длина и ширина)	
Поверхность стола (длина и ширина)	
Кабинет (длина и ширина)	

Занятие 6. Найди углы

Цель занятия: способствовать формированию у обучающихся умений применять знания об углах и расстояниях в практических заданиях.

Форма проведения: командные соревнования.

Оборудование: интерактивная доска, компьютер, плакат с кроссвордом.

Раздаточный материал: карточки с заданиями.

Указание. Для проведения занятия разделить обучающихся на две или четыре команды, выбрать капитанов, жюри. Каждая команда по очереди отвечает на вопросы кроссворда и решает задачу, предложенную на карточке. Кроссворд можно разместить на интерактивной доске или на плакате. Команды по очереди заполняют ячейки кроссворда.

В начале занятия озвучивается количество баллов за правильный ответ (+3 балла) и штрафные баллы за подсказки (- 3 балла). Карточки составлены по уровням сложности: первой команде достанутся карточки с нечётными номерами, а второй – с чётными. Если разделить обучающихся на 4 команды, то первой команде – 1, 5, 9 карточки; второй – 2, 6, 10 карточки, третьей – 3, 7, 11 карточки, четвёртой – 4, 8, 12 карточки.



Рекомендации. Перед началом соревнований необходимо вспомнить с обучающимися некоторые вопросы по теории.

Повторим теорию.

1. За единицу измерения углов принимают обычно градус, угол, равный $1/180$ части развёрнутого угла.
2. Положительное число, которое показывает, сколько раз градус и его части укладываются в данном угле, называется градусной мерой угла.
3. Равные углы имеют равные градусные меры.
4. Меньший угол имеет меньшую градусную меру.
5. Когда луч делит угол на два угла, градусная мера всего угла равна сумме градусных мер этих углов.
6. Сумма углов в треугольнике равна 180° .
7. Развёрнутый угол равен 180° .

1. Конкурс капитанов.

Капитан каждой команды должен рассказать кратко и быстро (возможно с помощью членов команды) об истории возникновения меры измерения углов. Лучший ответ определит, какая команда начинает отгадывать кроссворд первой.

2. Задания по командам.

Карточка 1.

1.1. *Кроссворд. По горизонтали 1.* Прибор, который может измерять размеры с точностью до одного микрона – тысячной доли миллиметра.

1.2. *Задание.* Луч ВК проходит между сторонами угла АВС. Меньший угол, из трёх образовавшихся, равен 50° . Он на 75° меньше наибольшего из этих углов. Вычислите градусные меры двух неизвестных углов.

Ответ. 1.1. Микрометр. 1.2. 75° , 125°

Карточка 2.

1.1. *Кроссворд. По горизонтали 2.* Простейший прибор для измерения углов на местности.

1.2. *Задание.* Луч ВМ проходит между сторонами угла АВС. Большой угол, из трёх образовавшихся, равен 175° . Он на 98° больше наименьшего из этих углов. Вычислите градусные меры двух неизвестных углов.

Ответ. 1.1. Астролябий. 1.2. 77° , 98° .

Карточка 3.

3.1. *Кроссворд. По горизонтали 3.* Стандартная международная единица измерения отрезков.

3.2. *Задание.* Луч ВЕ проведён между сторонами угла АВС, равного 156° . Между сторонами угла ЕВС проведён луч ВМ. Градусные меры углов АВЕ, ЕВМ и МВС пропорциональны числам 5, 4 и 3. Вычислите градусные меры этих трёх углов.

Ответ. 3.1. Метр. 3.2. 65° , 52° и 39° .

Карточка 4.

4.1. *Кроссворд. По горизонтали 4.* Какой прибор используют для измерения диаметра трубок?

4.2. *Задание.* Луч РF проведён между сторонами угла МРК, равного 160° . Между сторонами угла FРК проведён луч РТ. Градусные меры углов МРF, FРТ и ТРК пропорциональны числам 7, 6 и 3. Вычислите градусные меры этих трёх углов.

Ответ. 4.1. Штангенциркуль. 4.2. 70° , 60° и 30° .

Карточка 5.

5.1. *Кроссворд. По горизонтали* 5. Какой прибор используется для измерения углов в морском деле?

5.2. *Задание.* Точка М лежит на прямой FG. В одну полуплоскость относительно прямой FG проведены два луча МА и МВ, так что луч МВ является биссектрисой угла AMG. Известно, что угол BMG равен 26° . Найдите угол AMF.

Ответ. 5.1. Секстант. 5.2. 128° .

Карточка 6.

6.1. *Кроссворд. По горизонтали* 6. Что обычно используется для измерения длины отрезков в домашних условиях?

6.2. *Задание.* Точка М лежит на прямой FG. В одну полуплоскость относительно прямой FG проведены два луча МА и МВ, так что луч МВ является биссектрисой угла AMG. Известно, что угол AMF равен 126° . Найдите угол BMG.

Ответ. 6.1. Рулетка. 6.2. 27° .

Карточка 7.

7.1. *Кроссворд. По горизонтали* 7. Какой прибор используется для измерения углов в кристаллах?

7.2. *Задание.* В треугольнике ABC проведена биссектриса BM. Найти величину угла ABM, если угол BAC равен 56° и угол BCA равен 68° .

Ответ. 7.1. Гониометр. 7.2. 28° .

Карточка 8.

8.1. *Кроссворд. По вертикали* 1. Геодезический инструмент для измерения углов при съёмках на местности, специальный вид компаса.

8.2. *Задание.* В треугольнике ABC проведена биссектриса BM. Найти величину угла BCA, если угол BAC равен 78° и угол ABM равен 28° .

Ответ. 8.1. Буссоль. 8.2. 46° .

Карточка 9.

9.1. *Кроссворд. По вертикали* 2. Самый простой прибор для измерения углов.

9.2. *Задание.* В треугольнике ABC углы А и С равны 30° и 70° соответственно. Найдите угол между высотой ВН и биссектрисой BD угла ABC.

Ответ. 9.1. Транспортир. 9.2. 20° .

Карточка 10.

10.1. *Кроссворд. По вертикали 3.* Какой прибор используется при измерении углов на земле?

10.2. *Задание.* В треугольнике ABC проведена биссектриса AD, угол ADC равен 87° , угол ABC равен 25° . Найдите угол ACB.

Ответ. 10.1. Теодолит. 10.2. 31° .

Карточка 11.

11.1. *Кроссворд. По вертикали 4.* Как называется способ проведения длинных отрезков прямых на местности?

11.2. *Задание.* Дан треугольник KMP. На прямой MP взята точка D, причём угол MKD равен 30° , угол PKD равен 80° . Найдите угол MKP. Сколько решений имеет задача?

Ответ. 11.1. Провешивание. 11.2. Два решения. 110° или 50° .

Карточка 12.

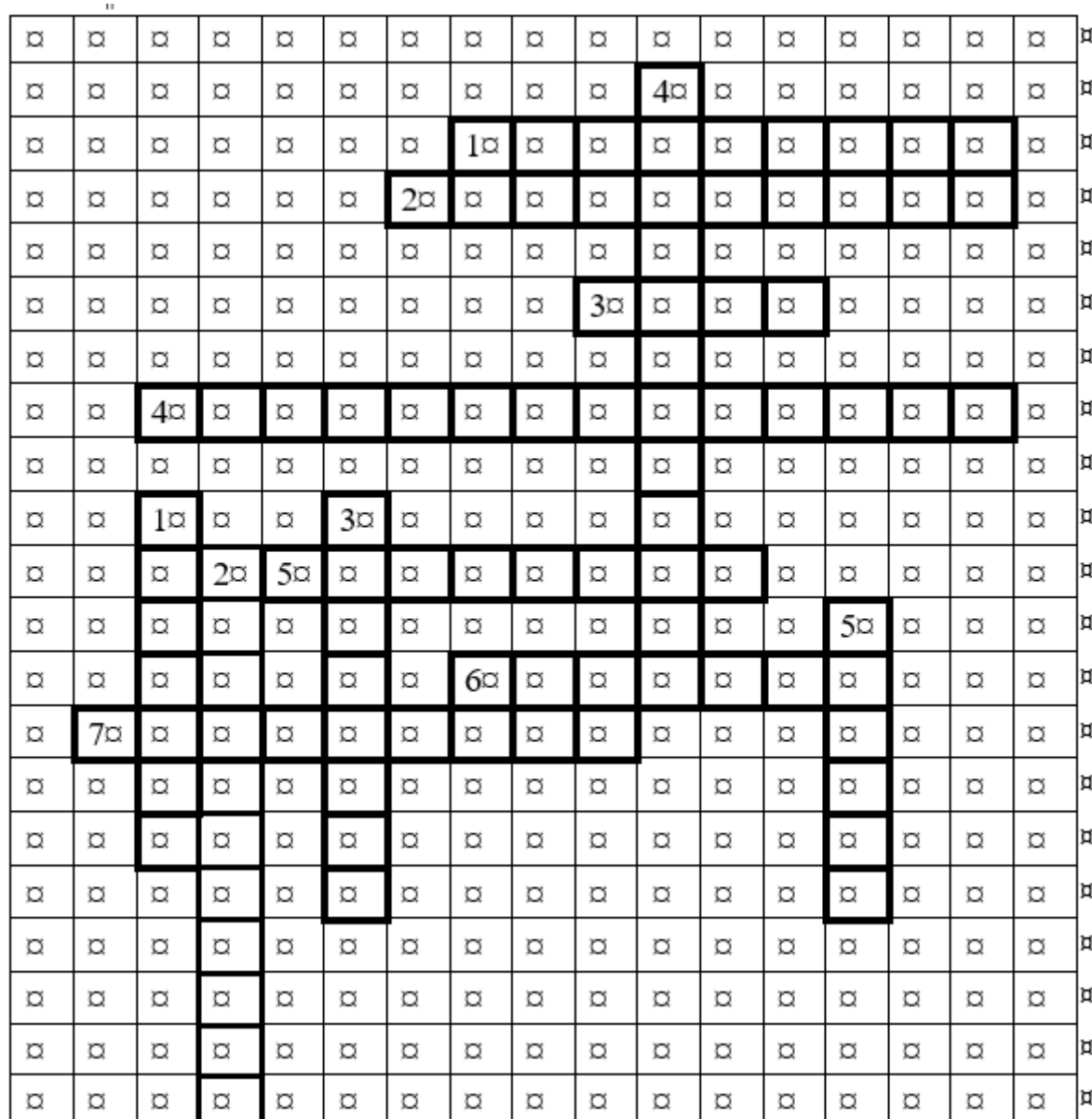
12.1. *Кроссворд. По вертикали 5.* Мера длины, равная расстоянию между концами пальцев разведённых в сторону рук.

12.2. *Задание.* Из точки A проведены лучи AM, AN, AK. Чему равен угол NAK, если угол MAN равен 76° , а угол MAK равен 48° ? Сколько решений имеет задача?

Ответ. 12.1. Сажень. 12.2. Задача имеет два решения. 124° или 28° .

Учитель или жюри подводит итоги, объявляет победителей.

Кроссворд.



По горизонтали:

1. Прибор, который может измерять размеры с точностью до одного микрона – тысячной доли миллиметра.
2. Простейший прибор для измерения углов на местности.
3. Стандартная международная единица измерения отрезков
4. Какой прибор используют для измерения диаметра трубок?
5. Какой прибор используется для измерения углов в морском деле?
6. Что используется для измерения на местности?
7. Какой прибор используется для измерения углов в кристаллах?

По вертикали:

1. Геодезический инструмент для измерения углов при съёмках на местности, специальный вид компаса.

2. Самый простой прибор для измерения углов.
3. Какой прибор используется при измерении углов на земле?
4. Как называется способ проведения длинных отрезков прямых на местности?
5. Мера длины, равная расстоянию между концами пальцев разведённых в сторону рук.

Ответы.

а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а
а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	4.п	а	а	а	а	а	а	а
а	а	а	а	а	а	а	1.м	и	к	р	о	м	е	т	р	а	а
а	а	а	а	а	а	а	2.а	с	т	р	о	л	я	б	и	й	а
а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	в	а	а	а	а	а	а	а
а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	3.м	е	т	р	а	а	а	а
а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	ш	а	а	а	а	а	а	а
а	а	4.ш	т	а	а	н	г	е	н	ц	и	р	к	у	л	ь	а
а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	в	а	а	а	а	а	а	а
а	а	1.б	а	а	а	3.т	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а
а	а	у	2.т	5.с	е	к	с	т	а	а	н	т	а	а	а	а	а
а	а	с	р	а	а	о	а	а	а	а	и	а	а	5.с	а	а	а
а	а	с	а	а	а	д	а	6.р	у	л	а	е	т	к	а	а	а
а	7.г	о	а	н	и	о	м	е	т	р	а	а	а	а	ж	а	а
а	а	л	с	а	а	л	а	а	а	а	а	а	а	е	а	а	а
а	а	ь	п	а	а	и	а	а	а	а	а	а	а	н	а	а	а
а	а	а	о	а	а	т	а	а	а	а	а	а	а	ь	а	а	а
а	а	а	р	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а
а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а
а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а
а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а
а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а
а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а
а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а	а

Занятие 7. Изучаем планеты Солнечной системы



Цель занятия: развивать навыки работы с таблицами и диаграммами на основе реальных данных, анализировать и интерпретировать статистическую информацию.

Форма проведения занятия: командные соревнования.

Оборудование: тетрадь, карандаш, линейка, транспортир, циркуль.

Раздаточный материал: карточки с таблицами.

Указание. Обучающихся разделить на команды. За каждое правильное задание начисляется по 1 баллу. Выигрывает команда, которая набрала больше всего баллов.



Рекомендации. Перед началом соревнований необходимо повторить с обучающимися, какие бывают таблицы и диаграммы. Правила чтения и построения диаграмм.

Задание 1. Используя данные таблицы 1, ответьте на вопросы.

1. Запишите название самой большой планеты.
2. На какой планете дольше всего длится год?
3. Сколько планет имеет температуру выше -20°C ?
4. Какая планета самая горячая?
5. На сколько (в млн. км) Плутон расположен дальше от Солнца, чем Земля?
6. Какая планета имеет больше всего спутников?
7. На какой планете самый короткий день?
8. Найдите сумму всех средних температур освещения поверхности планет Солнечной системы.

9. Как вы думаете, чем объясняется снижение температуры планеты?

Таблица 1.

Планета	Расстояние от Солнца	Диаметр (км)	Орбитальный период	Продолжительность суток	Средняя температура освещенности поверхности (°C)	Спутники
Меркурий	58 млн. км	4879	88 суток	176 земных суток	340°	нет
Венера	108 млн. км	12104	225 суток	243 земных суток	380°	нет
Земля	150 млн. км	12742	365 суток	24 ч	20°	1
Марс	228 млн. км	6779	687 суток	24,6 ч	-10°	2
Юпитер	775,5 млн. км	139820	11,6 земных лет	10 ч	-130°	79
Сатурн	1427 млн. км	116460	29,5 земных лет	10,5 ч	-150°	82
Уран	2860 млн. км	50724	84 земных лет	17,2 ч	-214°	27
Нептун	4500 млн. км	49244	165 земных лет	18 ч	-160°	4
Плутон	5900 млн. км	6000	248 лет	6,4 земных суток	-229°	5

Ответ. 1. Юпитер; 2. Плутон; 3. Четыре (4); 4. Венера; 5. 5750 млн. км; 6. Сатурн; 7. Юпитер; 8. -153 °C; 9. Температура планеты зависит от расстояния от Солнца: чем дальше она находится от Солнца, тем температура ниже.

Задание 2. Используя данные таблицы 2, вычислите относительные размеры планет по отношению к Земле. Ответ округлите до сотых.

Таблица 2

Планета	Диаметр (км)	Относительный размер (по отношению к Земле)
Меркурий	4879	
Венера	12104	
Земля	12742	
Марс	6779	
Юпитер	139820	
Сатурн	116460	
Уран	50724	

Нептун	49244	
Плутон	6000	

Ответ.

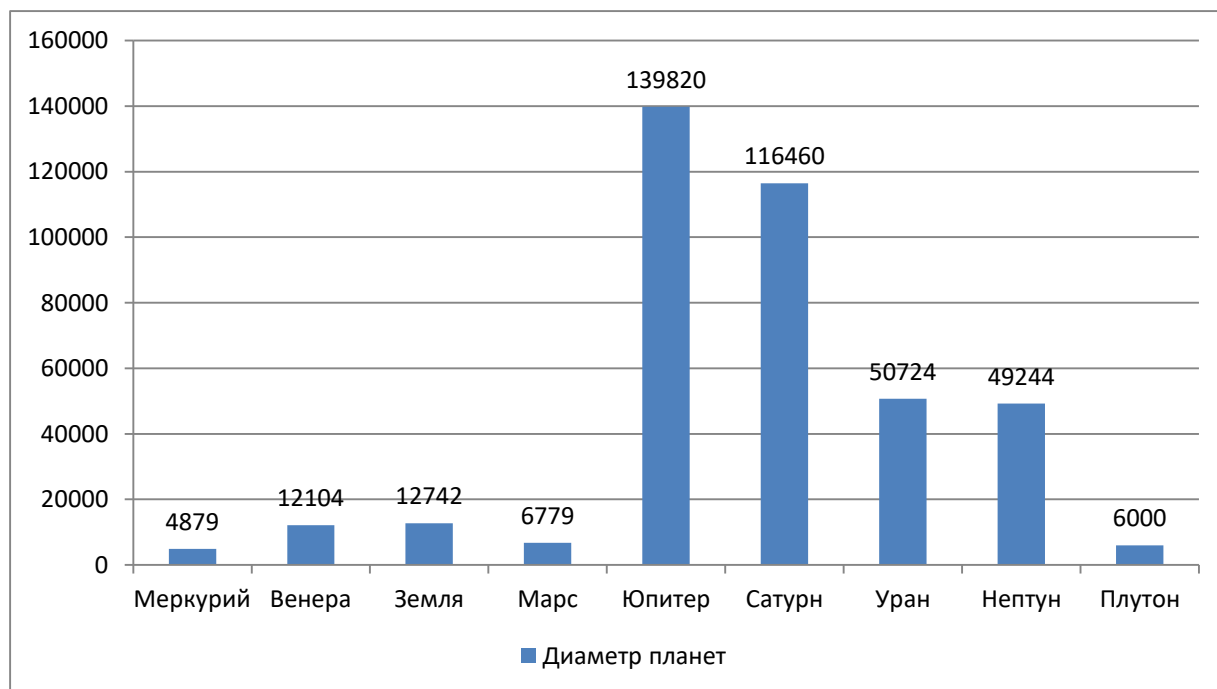
Планета	Диаметр (км)	Относительный размер (по отношению к Земле)
Меркурий	4879	0,38
Венера	12104	0,95
Земля	12742	1
Марс	6779	0,53
Юпитер	139820	10,97
Сатурн	116460	9,14
Уран	50724	3,98
Нептун	49244	3,86
Плутон	6000	0,47

Задание 3. В таблице 1 даны диаметры планет. Постройте столбчатую диаграмму, сравнивающую диаметры планет.

Решение.

1. По горизонтальной оси отметить названия планет.
2. По вертикальной оси указать диаметр в км.
3. Построить столбики высотой, соответствующей диаметру каждой планеты.
4. Подписать значения на столбиках.

Ответ.



Задание 4. Атмосфера Земли состоит из азота - 78%, кислорода- 21%, другие газы -1%. Атмосфера Венеры состоит: углекислый газ- 96,5%; азот -

3,5%. Состав атмосферы Марса: углекислый газ-95%; азот-2,6%; аргон – 1,9%; другие -0,5%. Постройте круговые диаграммы состава атмосферы Земли, Марса и Венеры.

Решение.

$360^{\circ}:100 = 3,6^{\circ}$ - составляет 1 процент.

Земля: $78 \cdot 3,6^{\circ} = 280,8^{\circ}$ - составляет азот; $21 \cdot 3,6^{\circ} = 75,6^{\circ}$ - кислород;

$1 \cdot 3,6^{\circ} = 3,6^{\circ}$ - другие газы.

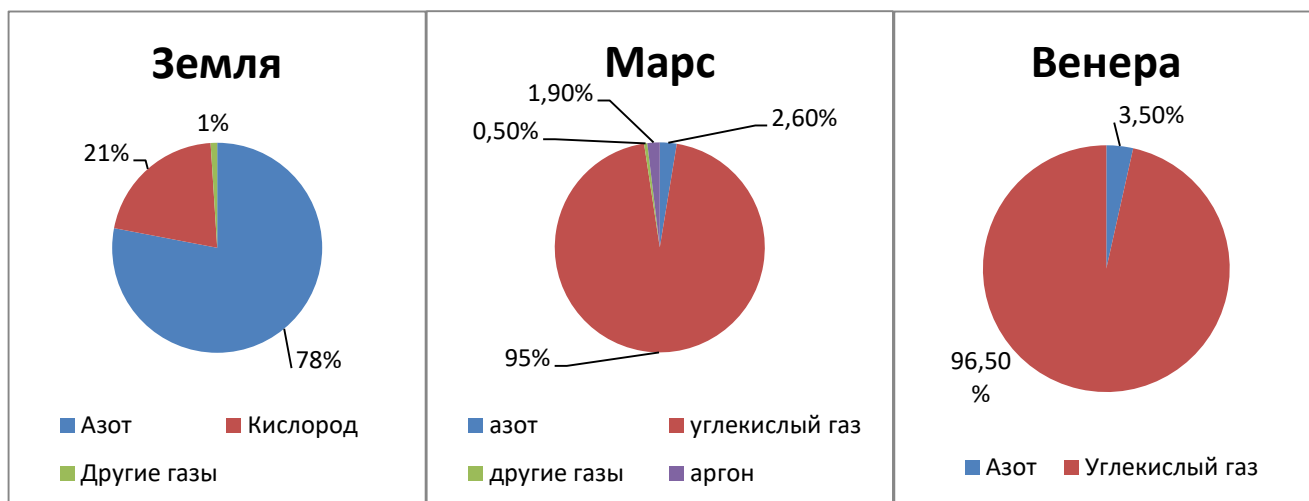
Венера: $96,5 \cdot 3,6^{\circ} = 347,4^{\circ}$ - составляет углекислый газ; $3,5 \cdot 3,6^{\circ} = 12,6^{\circ}$ - азот.

Марс: $95 \cdot 3,6^{\circ} = 342^{\circ}$ - составляет углекислый газ, $2,6 \cdot 3,6^{\circ} = 9,36^{\circ}$ - азот; $1,9 \cdot 3,6^{\circ} = 6,84^{\circ}$ - аргон; $0,5 \cdot 3,6^{\circ} = 1,8^{\circ}$ - другие газы.

Нарисовать круг и разделить его на секторы с рассчитанными углами.

Подписать каждый сектор.

Ответ.



Задание 5. Используя данные из таблицы альбеда планет (способность отражать свет), постройте круговую диаграмму.

Венера	Юпитер	Сатурн	Уран	Нептун	Земля	Марс	Меркурий
0,75	0,52	0,47	0,51	0,41	0,37	0,15	0,12

Решение.

Сумма альбеда планет: $0,75 + 0,52 + 0,47 + 0,51 + 0,41 + 0,37 + 0,15 + 0,12 = 3,3$
 $360^{\circ}:100 = 3,6^{\circ}$ - составляет 1 процент.

Венера: $0,75:3,3 \approx 0,227 = 22,7 \%$

$22,7 \cdot 3,6 = 81,72^{\circ}$

Юпитер: $0,52:3,3 \approx 0,158 = 15,8 \%$

$15,8 \cdot 3,6 = 56,88^{\circ}$

Сатурн: $0,47:3,3 \approx 0,142 = 14,2 \%$

$14,2 \cdot 3,6 = 51,12^{\circ}$

Уран: $0,51 : 3,3 \approx 0,155 = 15,5 \%$

$15,5 \cdot 3,6 = 55,8^\circ$

Нептун: $0,41 : 3,3 \approx 0,124 = 12,4 \%$

$12,4 \cdot 3,6 = 44,64^\circ$

Земля: $0,37 : 3,3 \approx 0,112 = 11,2 \%$

$11,2 \cdot 3,6 = 40,32^\circ$

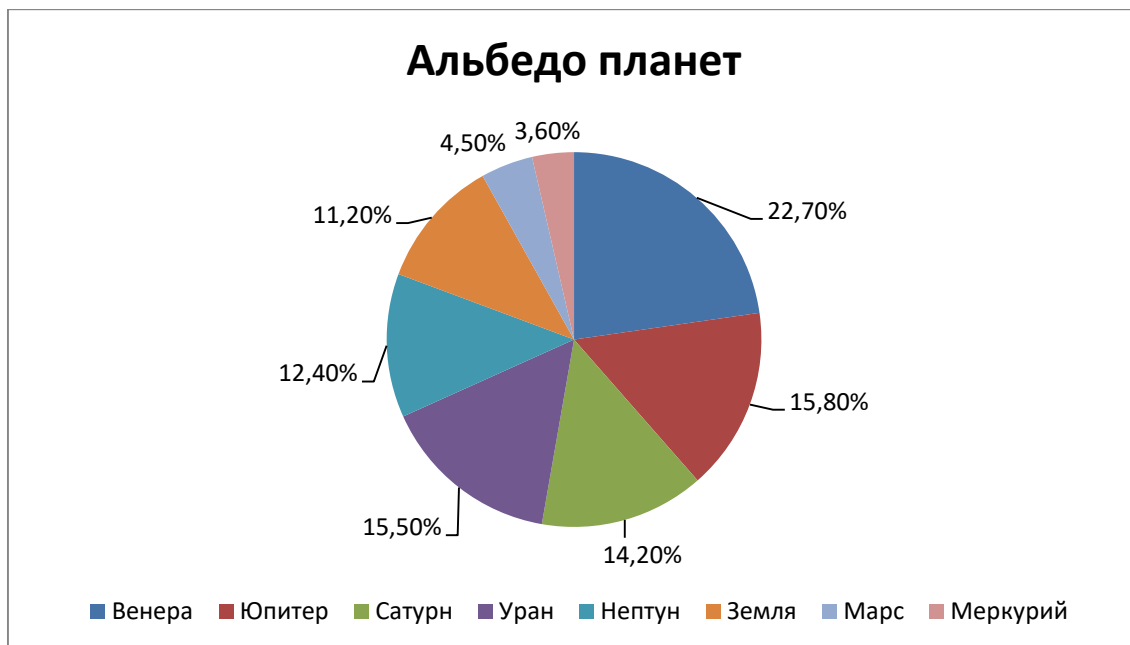
Марс: $0,15 : 3,3 \approx 0,045 = 4,5 \%$

$4,5 \cdot 3,6 = 16,2^\circ$

Меркурий: $0,12 : 3,3 \approx 0,036 = 3,6 \%$

$3,6 \cdot 3,6 = 12,36^\circ$

Ответ.



Задание 6. Воспользуйтесь диаграммой из задания 5 и ответьте, какие из следующих утверждений верны? В ответе запишите номера утверждений в порядке возрастания, без пробелов и запятых.

- 1) Альbedo Юпитера составляет примерно четверть альbedo планет.
- 2) Альbedo Урана превышает альbedo Сатурна.
- 3) Альbedo Венеры превышает альbedo других планет.
- 4) Самое маленькое альbedo у Марса

Ответ. 23.

Занятие 8. Покажи смекалку

Цель занятия: развивать логическое мышление, аналитические способности и навыки решения нестандартных задач через практическую работу с различными типами логических головоломок.

Форма проведения занятия: игра-«Лотерея».

Оборудование: интерактивная доска или проектор (для тиражной таблицы).

Раздаточный материал: лотерейные билеты с текстами задач.

Указание. Занятие провести в виде индивидуальной игры. За каждое правильно решенное задание выставляется оценка 5. Для этой игры заготовлены 20 лотерейных билетов с заданиями и таблица ответов на некоторые из них. Участники лотереи могут «купить» билет, стоимость которого ответ на шуточный вопрос или задачу на смекалку, разыгрываемые в начале занятия. Получив номер билета на занятии 2, обучающийся на данном занятии получает лотерейный билет с заданием (приложение 1) и выполняет его. После решения задачи ищет ответ в тиражной таблице (приложение 2). Если ответ найден в таблице, значит, билет выигрышный и обучающийся получает награду, например «5» по математике. Если ответа нет в таблице, но ответ верный, значит, обучающийся получает приз – новый лотерейный билет.



Рекомендации. В конце занятия рассмотреть решения 5 заданий (они как в лотерейных билетах) или можно предложить обучающимся (по желанию) разобрать их дома.

Билет 1. Три подруги были в белом, красном и голубом платьях. Их туфли были тех же цветов. Только у Тамары цвета платья и туфель совпадали. Валя была в белых туфлях. Ни платье, ни туфли Лиды не были красными. Определите цвет платья и туфель Тамары.

Решение.

	Платье			Туфли		
	белое	красное	голубое	белые	красные	голубые
Тамара		+			+	
Валя			+	+		
Лида	+					+

1) платье и туфли белые, 2) платье и туфли красные, 3) платье и туфли голубые. В ответ выпишите номер верного варианта

Ответ. 2

Билет 2. Имеется 80 монет, одна из которых фальшивая. За какое наименьшее число взвешиваний на весах без гирь можно найти фальшивую монету?

Решение. Первое взвешивание: делим 80 монет на 3 группы: 27, 27 и 26. Взвешиваем первые две. Если равны, то фальшивая в 26 оставшихся монетах. Если одна тяжелее, то фальшивая в этой группе. Второе взвешивание: берём найденную группу (27 или 26) и делим на 3 части (по 9 или 8 и 9). Повторяем сравнение. Третье взвешивание: из оставшихся 9–10 монет делим на 3 части по 3. Находим группу с фальшивой. Четвёртое взвешивание: из 3 монет взвешиваем две. Если равны, то фальшивая третья; если одна тяжелее, то она фальшивая.

Ответ. 4

Билет 3. Три человека со стиральной машиной хотят переправиться через реку. Катер вмещает либо двух человек и стиральную машину, либо трех человек. Беда в том, что стиральная машина тяжелая, поэтому погрузить ее в катер или вытащить из него можно только вдвоем. Смогут ли они переправиться?

- 1) недостаточно данных для решения задачи;
- 2) нет;
- 3) да.

В ответе запишите номер верного варианта.

Решение. Первый рейс Ч+Ч+М. На противоположном берегу реки остается один человек. Второй рейс (возвращаются Ч+М). Третий рейс (Ч+Ч+М). Все переправились.

Ответ. 3

Билет 4. На скотном дворе гуляли гуси и поросята. Мальчик сосчитал количество голов – 30, а затем – количество ног – 84. Сколько гусей было на скотном дворе?

Решение. Представьте, что все животные (и гуси, и поросята) подняли по две ноги вверх. Тогда на земле останется стоять: $30 \cdot 2 = 60$ ног.

По условию задачи известно общее количество ног – 84. Найдём, сколько ног «подняли» вверх $84 - 60 = 24$ ноги.

У каждого поросёнка на две поднятые ноги больше, чем у гуся (у поросят – 4 ноги, у гусей – 2). Разделим оставшиеся ноги на 2, чтобы узнать количество поросят: $24 : 2 = 12$ поросят.

Теперь найдём количество гусей $30 - 12 = 18$.

Ответ. 18

Билет 5. Поверни меня на бок – и мне не будет границ. Разрежь меня пополам – и я превращусь в ничто. Что я?

Решение. Это цифра 8. Если её перевернуть, получится ∞ – символ бесконечности, а если разрезать пополам – ноль.

Ответ. 8

Билет 6. В комнате было 5 цыплят, 2 кролика, 5 щенят, 2 кошки и 2 курицы. К ним зашёл хозяин с сыном, дочерью и со своей собакой. Сколько всего ног в комнате?

Решение. В комнате всего шесть ног – у хозяина, сына и дочери, а остальное – лапы.

Ответ. 6.

Билет 7. Сколько раз из 25 можно вычесть 5?

Решение. Ровно один раз. После этого вам придётся вычитать 5 из 20, а это уже совсем другая задача.

Ответ. 1.

Билет 8. Каждый день мха на камне становится в два раза больше, чем в предыдущий. Полностью камень зарастёт за 12 дней. За сколько дней камень зарастёт наполовину?

Решение. Известно, что каждый день количество мха удваивается. Если на 12-й день камень будет покрыт полностью, то наполовину он покроется на 11-й день.

Ответ. 11.

Билет 9. Девять осликов за 3 дня съедают 27 мешков корма. Сколько корма надо пяти осликам на 5 дней?

Решение.

9 осликов за 1 день съедят $27:3=9$ (мешков)

1 ослик за 1 день съест $9:9=1$ (мешок)

5 осликов за 1 день съедят $5\cdot 1=5$ (мешков)

5 осликов за 5 дней съедят $5\cdot 5=25$ (мешков)

Ответ. 25.

Билет 10. Кенгуру мама прыгает за 1 секунду на 3 метра, а её маленький сынишка прыгает на 1 метр за 0,5 секунды. Они одновременно стартовали от бассейна к эвкалипту по прямой. Сколько секунд мама будет ждать сына под деревом, если расстояние от бассейна до дерева 240 метров?

Решение.

$240:3=80$ (с) скакала мама Кенгуру

сын за 0,5 с проскакал 1 м, за 1 с - 2 м

$80\cdot 2=160$ (м) проскачет сын-кенгурёнок за 80 с

$240 - 160 = 80$ (м) осталось проскакать кенгурёнку, когда мама уже под эвкалиптом

$$80 : 2 = 40 \text{ (с)}$$

Ответ. 40.

Билет 11. Инженер ежедневно приезжал на станцию в одно и то же время, и в то же время за ним подъезжала машина, на которой он ехал на завод. Однажды инженер приехал на станцию на 55 мин раньше обычного. Сразу пошел навстречу машине и прибыл на завод на 10 мин раньше, чем обычно. Во сколько раз скорость инженера меньше скорости машины?

Решение. За 10 мин машина проходит путь, равный двойному расстоянию от станции до места встречи инженера с машиной. Значит, путь от станции до места встречи машина проходит за 5 мин. На месте встречи машина была за 5 мин до времени обычного приезда инженера на станцию, значит, путь от станции до места встречи инженер шел $55 - 5 = 50$ (мин.). Следовательно, скорость инженера в $50 : 5 = 10$ раз меньше скорости машины.

Ответ. 10.

Билет 12. Не пользуясь калькулятором и компьютером, вычислить сумму всех чисел от одного до ста.

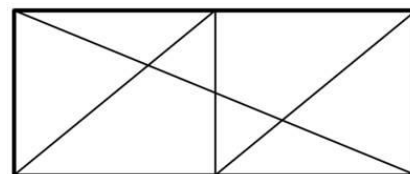
Решение.

$$1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100$$

$1 + 100 = 2 + 99 = 3 + 98 + \dots = 101$. И таких пар 50. Умножаем 50 на 101. Получаем 5050.

Ответ. 5050.

Билет 13. Сколько всего треугольников изображено на рисунке?



Ответ. 16.

Билет 14. На скотном дворе гуляли гуси и поросята. Мальчик сосчитал количество голов – 30, а затем – количество ног – 84. Сколько поросят было на скотном дворе?

Решение. Представьте, что все животные (и гуси, и поросята) подняли по две ноги вверх. Тогда на земле останется стоять $30 \cdot 2 = 60$ ног.

По условию задачи известно общее количество ног – 84. Найдём, сколько ног «подняли» вверх $84 - 60 = 24$ ноги.

У каждого поросёнка на две поднятые ноги больше, чем у гуся (у поросят – 4 ноги, у гусей – 2). Разделим оставшиеся ноги на 2, чтобы узнать количество поросят: $24 : 2 = 12$ поросят.

Ответ. 12.

Билет 15. В одном из городов Белоруссии часть жителей умеет говорить только по-белорусски, часть – только по-русски. По-белорусски говорят 90% всех жителей, по-русски – 80%. Сколько процентов всех жителей говорит на обоих языках?

Решение. Из условия следует, что 20% всех жителей не говорят по-русски. Очевидно, что все они среди тех жителей, которые говорят по-белорусски. Значит, $90 - 20 = 70$ % всех жителей говорят на обоих языках.

Ответ. 70.

Билет 16. В городе Счастья на острове лжецов и рыцарей живут 100 человек. Каждый житель города поклоняется одному из трёх богов – богу Солнца, богу Луны или богу Земли. Каждому жителю города задали три вопроса:

- 1) Поклоняетесь ли вы богу Солнца?
- 2) Поклоняетесь ли вы богу Луны?
- 3) Поклоняетесь ли вы богу Земли?

На первый вопрос утвердительно ответили 60 человек, на второй – 40 человек и на третий – 30 человек. Сколько лжецов на острове?

Решение. Очевидно, что каждый рыцарь дал утвердительный ответ только на один вопрос, а каждый лжец – на два. Поэтому суммарное количество утвердительных ответов равно числу рыцарей плюс удвоенное число лжецов, т. е. всему населению острова плюс число лжецов. Поскольку утвердительных ответов было $60 + 40 + 30 = 130$, а жителей 100, то на острове живёт 30 лжецов.

Ответ. 30.

Билет 17. Электронные часы показывают цифры часов и минут (например, 15:30). Какая наибольшая сумма цифр может быть на таких часах?

Решение. Наибольшее значение первой цифры – 2, второй – 9, значит, сумма первых двух цифр не может быть больше 11. Сумма равна 11 только при первой цифре 2 и второй цифре 9, но число часов не может быть равным 29. Следовательно, сумма первых двух цифр меньше 11. Сумма, равная 10, достигается на 19 часах. Наибольшее значение третьей цифры – 5, четвёртой – 9, значит, сумма первых двух цифр не может быть больше 14. Сумма, равная 14, достигается на 59 минутах. В итоге наибольшая сумма цифр – это $10 + 14 = 24$.

Ответ. 24.

Билет 18. Футбольный мяч сшит из 32 лоскутков: белых шестиугольников и черных пятиугольников. Каждый черный лоскуток

граничит только с белыми, а каждый белый - с тремя черными и тремя белыми. Сколько лоскутков белого цвета?

Решение. Обозначим искомое число лоскутков белого цвета через x . Тогда лоскутков черного цвета будет $(32 - x)$. Чтобы составить уравнение, подсчитаем двумя способами количество границ белых лоскутков с черными. Каждый белый лоскут граничит с тремя черными, следовательно, число границ равно $3x$. С другой стороны, каждый черный лоскут граничит с пятью белыми и число границ равно $5(32 - x)$. Получаем уравнение $3x = 5(32 - x)$ отсюда, $x = 20$.

Ответ. 20.

Билет 19. Чтобы открыть сейф, нужно ввести код – семизначное число, состоящее из двоек и троек. Сейф откроется, если двоек в коде больше, чем троек, а код делится и на 3, и на 4. Придумайте код, открывающий сейф.

Решение. Так как двоек больше, чем троек, двоек может быть 4, 5, 6 или 7. По признаку делимости на 3 подходит только вариант с 6 двойками и 1 тройкой — сумма цифр равна 15, что делится на 3. По признаку делимости на 4 число, образованное последними двумя цифрами, должно быть кратно 4. Единственный подходящий вариант – 32. Значит необходимый код 2222232

Ответ. 2222232.

Билет 20. Когда солдаты строились в колонну по 4, по 5 или по 6 человек, то каждый раз один оставался лишним, а когда построились в колонну по 7, лишних не осталось. Каким могло быть наименьшее количество солдат?

Решение. Если от этого числа отнять 1, то разность должна делиться и на 4, и на 5, и на 6, то есть на 60. Числа 61, 121, 181, 241 на 7 не делятся. Значит, наименьшее число солдат 301.

Ответ. 301.

Итоги занятия.

1. Семья Фиксиков: Симка, Нолик, Папус, Маша и Дедус зимним снежным днем вышли в сад поиграть. Каждый из них выбрал свою игру: играть в снежки, лепить снеговика, строить крепость, строить иглу, залить каток. Определите, кто, чем занялся. Если, что Нолик не любит работать с большим объемом снега. Симка постоянно воду носил. Дедус любит украшать сад статуями. Папус всегда защищает семью от внешних посягательств, а Маша создает уют.

Решение.

	Снежки	Снеговик	Крепость	Иглу	Каток
Симка					+
Нолик	+				
Папу			+		
Мася				+	
Дедус		+			

Ответ. Симка – каток, Нолик – снежки, Папус – крепость, Мася – иглу, Дедус – снеговик.

2. Змей Горыныч и конь Юлий в одном из своих путешествий нашли клад, состоящий из разных золотых монет. Вес монет составил 32 кг. Юлий хотел все золото присвоить себе, но Горыныч был против. И убедил коня Юлия, что конь может взять только 12 кг. Как Юлию отмерить ровно 12 кг, если у него есть только чашечные весы без гирь?

Решение.

Первым взвешиванием мы кладем на обе чаши весов монеты таким образом, чтобы они были уравновешены. Таким образом, на каждой чаше по 16 кг. С одной чаши весов, а это 16 кг, отдаем золото Горынычу. Монеты со второй чаши (16 кг) мы кладем на обе чаши весов таким образом, чтобы они были уравновешены. Таким образом, на каждой чаше по 8 кг. С одной чаши весов, а это 8 кг, отдаем Юлию. Монеты со второй чаши весов (8 кг) мы кладем на обе чаши весов таким образом, чтобы они были уравновешены. На каждой чаше по 4 кг. Отдаем 4 кг Юлию, и у него получается $4 + 8 = 12$ кг.

Ответ. 12 кг.

3. В зоомагазине продают попугаев и черепах. Продавец Виктор Иванович, придя домой, получил от директора запрос о количестве оставшихся попугаев и черепах в магазине. Но продавец запомнил только, что в магазине было 18 голов и 56 ног. Помогите продавцу вспомнить, сколько попугаев и сколько черепах осталось в магазине.

Решение.

Пусть попугаев было x штук, а черепах y штук. В магазине было 56 ног, получим уравнение: (1) $2x + 4y = 56$. А голов было 18 значит (2) $x + y = 18$.

Первое уравнение (1) разделим на 2 и получим: (3) $x + 2y = 28$. Теперь из (3) вычтем (2) полается $y = 10$. Значит черепах 10, а попугаев 8.

Ответ. 10 черепах, 8 попугаев.

4. Космический корабль выполнил очередную стыковку со станцией. Космонавту нужно перевезти с космического корабля на космическую станцию Робота, Марсианина и серебряные элементы для батареи. Но

проблема в том, что через стыковочный узел в челноке можно переправить только один элемент с космонавтом. Причем Робота с Марсианином оставлять нельзя, потому что он сразу начнет сканировать Марсианина, а ему это не нравится. А Марсианина нельзя оставлять с серебряными элементами, он их сразу съест. В присутствии Космонавта все спокойно. Помогите Космонавту переправить Робота, Марсианина и серебряные элементы на станцию.

Решение.

В первую очередь на станцию переправляем Марсианина. Затем возвращаемся и берем Робота и переправляем его на станцию, забираем Марсианина, возвращаем его на корабль. С корабля забираем элементы и оставляем на корабле Марсианина. Переправляем элементы на станцию. И возвращаемся за Марсианином.

5. Доктор Айболит чтобы вылечить Акулу должен дать микстуры ровно 8 литров. Микстура находится в большой бочке. Айболит имеет только два сосуда объемом 5 литров и 7 литров. Как с помощью этих сосудов напоить Акулу микстурой?

Решение.

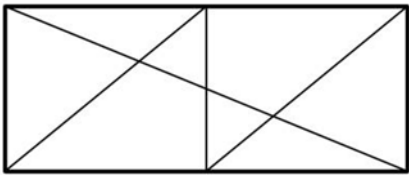
5 литровый	5	0	5	3	3	0	5	0
7 литровый	0	5	5	7	0	3	3	8

Приложение 2
ТИРАЖНАЯ ТАБЛИЦА

301	24	8020	36	48	20
30	63	70	11	7	16
2222232	6	10	45	8	12
5050	нет	40	2	135	18
4	11	555	174	25	888
2222322	3	17	1	да	361

ЛОТЕРЕЙНЫЕ БИЛЕТЫ:

1	Три подруги были в белом, красном и голубом платьях. Их туфли были тех же цветов. Только у Тамары цвета платья и туфель совпадали. Валя была в белых туфлях. Ни платье, ни туфли Лиды не были красными. Определите цвет платья и туфель Тамары.
2	Имеется 80 монет, одна из которых фальшивая. За какое наименьшее число взвешиваний на весах без гирь можно найти фальшивую монету?
3	Три человека со стиральной машиной хотят переправиться через реку. Катер вмещает либо двух человек и стиральную машину, либо трех человек. Беда в том, что стиральная машина тяжелая, поэтому погрузить ее в катер или вытащить из него можно только вдвоем. Смогут ли они переправиться?
4	На скотном дворе гуляли гуси и поросята. Мальчик сосчитал количество голов – 30, а затем – количество ног – 84. Сколько гусей было на скотном дворе?
5	Поверни меня на бок – и мне не будет границ. Разрежь меня пополам – и я превращусь в ничто. Что я?
6	В комнате было 5 цыплят, 2 кролика, 5 щенят, 2 кошки и 2 курицы. К ним зашёл хозяин с сыном, дочерью и со своей собакой. Сколько всего ног в комнате?
7	Сколько раз из 25 можно вычесть 5?
8	Каждый день мха на камне становится в два раза больше, чем в предыдущий. Полностью камень зарастёт за 12 дней. За сколько дней камень зарастёт наполовину?
9	Девять осликов за 3 дня съедают 27 мешков корма. Сколько корма надо пяти осликам на 5 дней?
10	Кенгуру мама прыгает за 1 секунду на 3 метра, а её маленький сынишка прыгает на 1 метр за 0,5 секунды. Они одновременно стартовали от бассейна к эвкалипту по прямой. Сколько секунд мама будет ждать сына под деревом, если расстояние от бассейна до дерева 240 метров?
11	Инженер ежедневно приезжал на станцию в одно и то же время, и в то же время за ним подъезжала машина, на которой он ехал на завод. Однажды инженер приехал на станцию на 55 мин раньше обычного. Сразу пошел навстречу машине и прибыл на завод на 10 мин раньше, чем обычно. Во сколько раз скорость инженера меньше скорости машины?
12	Не пользуясь калькулятором и компьютером (в уме) вычислить сумму всех чисел от одного до ста.

13	Сколько всего треугольников изображено на рисунке? 
14	На скотном дворе гуляли гуси и поросята. Мальчик сосчитал количество голов – 30, а затем – количество ног – 84. Сколько поросят было на скотном дворе?
15	В одном из городов Белоруссии часть жителей умеет говорить только по-белорусски, часть – только по-русски. По-белорусски говорят 90% всех жителей, по-русски – 80%. Сколько процентов всех жителей говорит на обоих языках?
16	В городе Счастья на острове лжецов и рыцарей живут 100 человек. Каждый житель города поклоняется одному из трёх богов – богу Солнца, богу Луны или богу Земли. Каждому жителю города задали три вопроса: 1) Поклоняетесь ли вы богу Солнца? 2) Поклоняетесь ли вы богу Луны? 3) Поклоняетесь ли вы богу Земли? На первый вопрос утвердительно ответили 60 человек, на второй – 40 человек и на третий – 30 человек. Сколько лжецов на острове?
17	Электронные часы показывают цифры часов и минут (например, 15:30). Какая наибольшая сумма цифр может быть на таких часах?
18	Футбольный мяч сшит из 32 лоскутков: белых шестиугольников и черных пятиугольников. Каждый черный лоскуток граничит только с белыми, а каждый белый – с тремя черными и тремя белыми. Сколько лоскутков белого цвета?
19	Чтобы открыть сейф, нужно ввести код – семизначное число, состоящее из двоек и троек. Сейф откроется, если двоек в коде больше, чем троек, а код делится и на 3, и на 4. Придумайте код, открывающий сейф.
20	Когда солдаты строились в колонну по 4, по 5 или по 6 человек, то каждый раз один оставался лишним, а когда построились в колонну по 7, лишних не осталось. Каким могло быть наименьшее количество солдат?

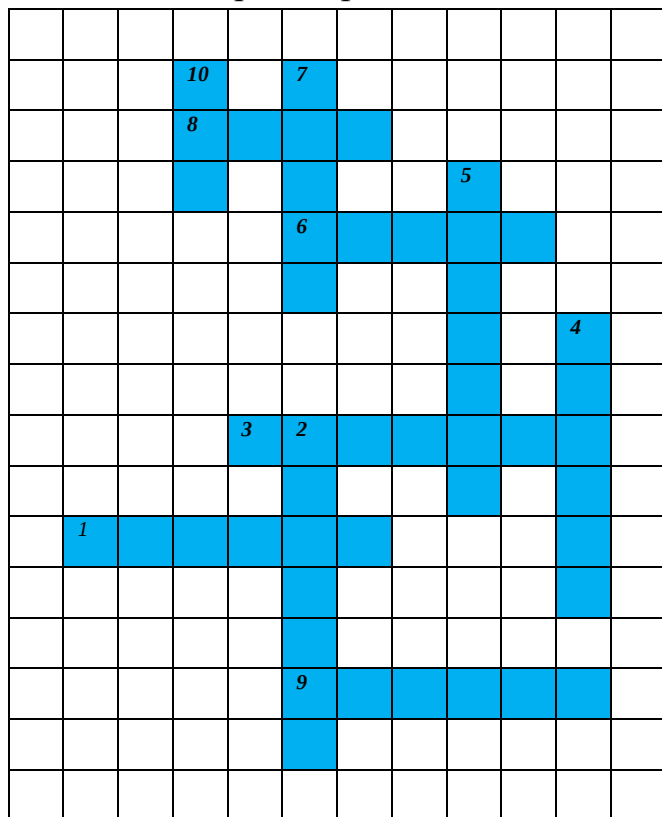
Занятие 9. Строим с помощью линейки

Цель занятия: формировать практические навыки построения изображений; развивать пространственного представления; развивать логическое мышление.

Форма проведения занятия: практическая работа.

Указание. Занятие можно провести как в виде групповой работы, так и индивидуальной. За каждое правильно выполненное задание начисляются баллы. Победитель определяется по сумме баллов.

Задание 1. Кроссворд



По горизонтали:

1. Угол, треугольник или квадрат – это... 3. Фигура, образованная последовательно соединённым набором отрезков. 6. У луча есть начало, а его нет. 8. Геометрическая фигура, образованная двумя разными лучами с общим началом. 9. Угол, который меньше прямого.

По вертикали:

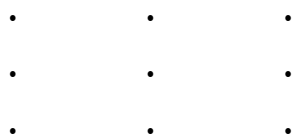
2. Линия между двумя точками, которые являются началом и концом. 4. Через две точки можно провести эту линию, и при том только одну. 5. Точка, в которой сходятся две стороны угла. 7. Геометрическая фигура,

образующаяся в результате мгновенного касания бумаги. 10. Часть прямой, имеющая начальную точку, но отсутствует конечная точка.

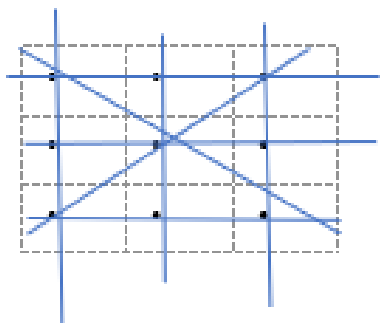
Ответ. По горизонтали: 1. Фигура. 3. Ломаная. 6. Конец. 8. Угол. 9. Острый.

По вертикали: 2. Отрезок. 4. Прямая. 5. Вершина. 7. Точка. 10. Луч.

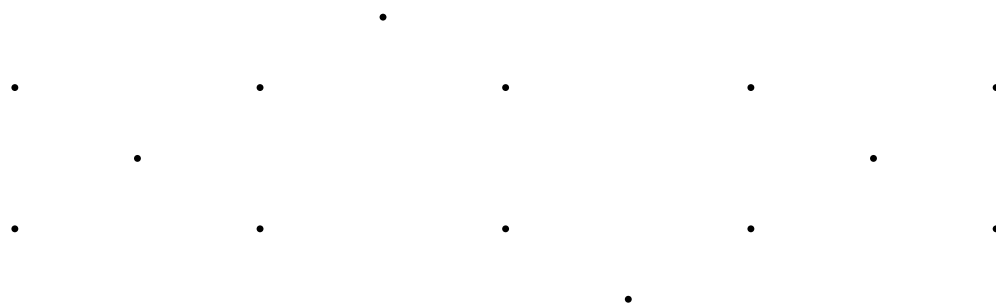
Задание 2. Проведите 8 прямых так, чтобы через каждую отмеченную точку проходила хотя бы одна прямая, и на каждой прямой было ровно 3 отмеченные точки.



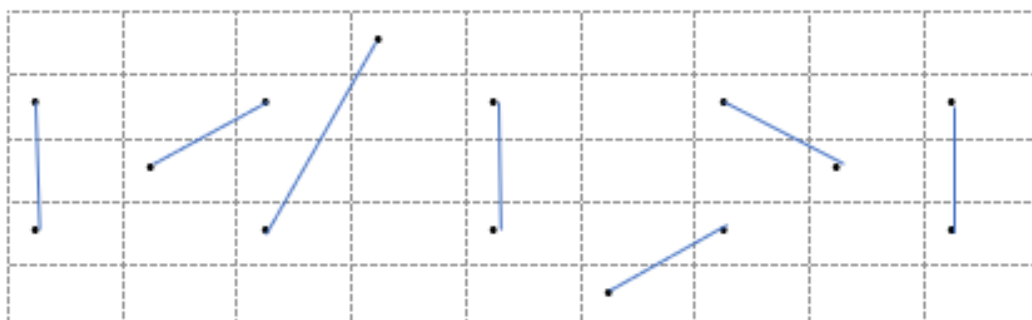
Ответ.



Задание 3. Соедините точки отрезками так, чтобы каждая точка являлась концом ровно одного отрезка.



Ответ.



Задание 4. Через каждую пару точек провели прямые. Сколько будет нарисовано прямых?

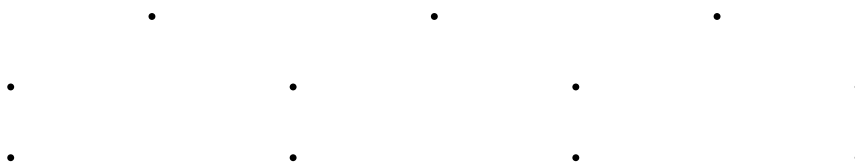


Ответ. 15.

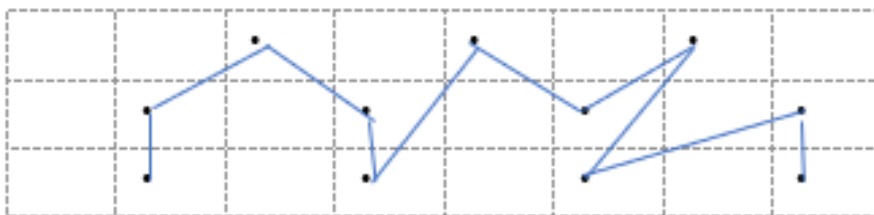
Задание 5. Отмечены 6 точек. Через каждые две точки проведена прямая, и отмечены новые точки пересечения этих прямых. Какое наибольшее количество новых точек может получиться?

Ответ. 9.

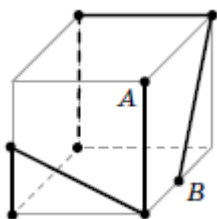
Задание 6. Соедините точки последовательными отрезками с концами в отмеченных точках так, чтобы никакие два отрезка не имели общих точек (кроме концов) и не лежали на одной прямой.



Ответ.



Задание 7. На поверхности куба изображены две ломаные – с началом в точке А и с началом в точке В. Определите, какая из ломаных – плоская, а какая – пространственная. В ответе укажите начальную букву.

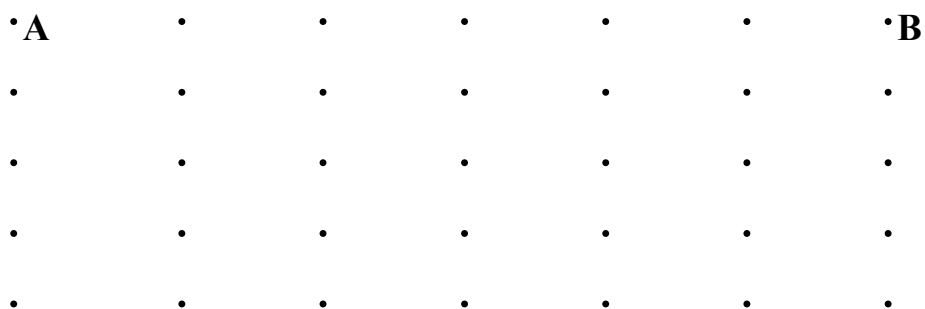


Плоская:

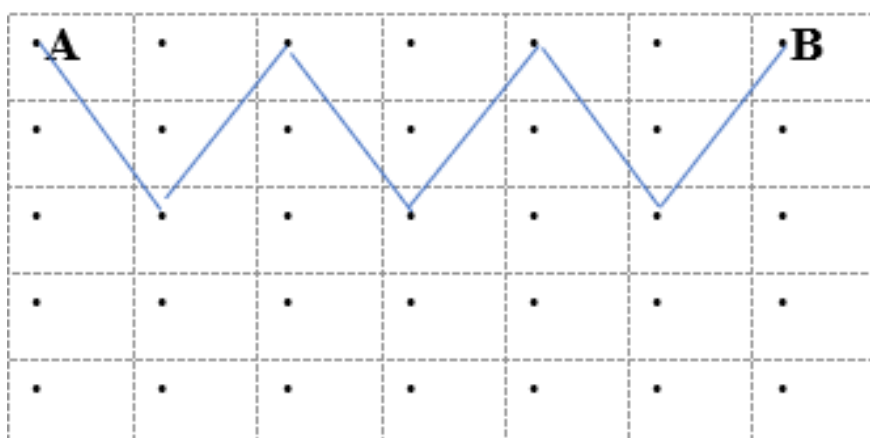
Пространственная:

Ответ. Плоская А; пространственная В.

Задание 8. Соедините точки А и В ломаной из 6 звеньев одинаковой длины, если концы звеньев – отмеченные точки, внутри звеньев отмеченных точек нет, соседние звенья ломаной не лежат на одной прямой.

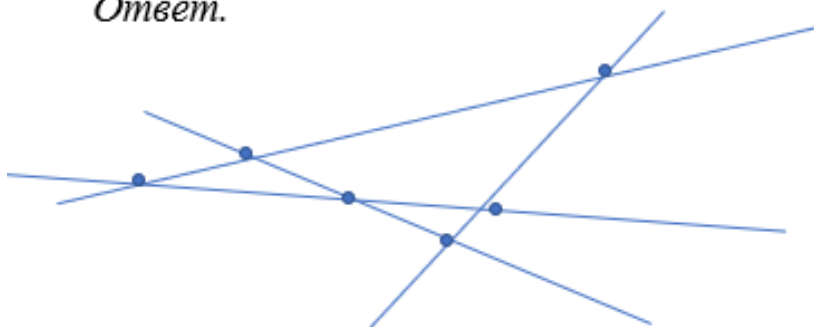


Ответ.

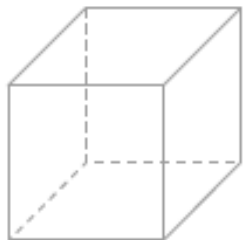


Задание 9. Начертите 4 прямые, так, чтобы они образовали ровно 6 точек пересечения.

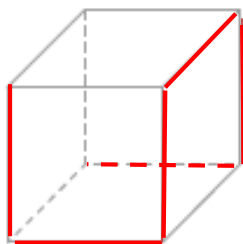
Ответ.



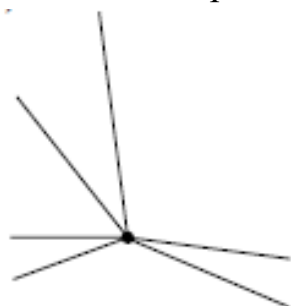
Задание 10. Дан куб. Нарисуйте на его поверхности неплоскую ломаную из семи звеньев.



Ответ.



Задание 11. Сколько углов, меньших развернутого, изображено на рисунке? Сколько среди них острых, тупых углов?



Ответ. Всего 14 углов. 6 острых углов, 8 тупых углов.

Задание 12. Бревно распилили на 8 частей. Сколько распилов сделали?

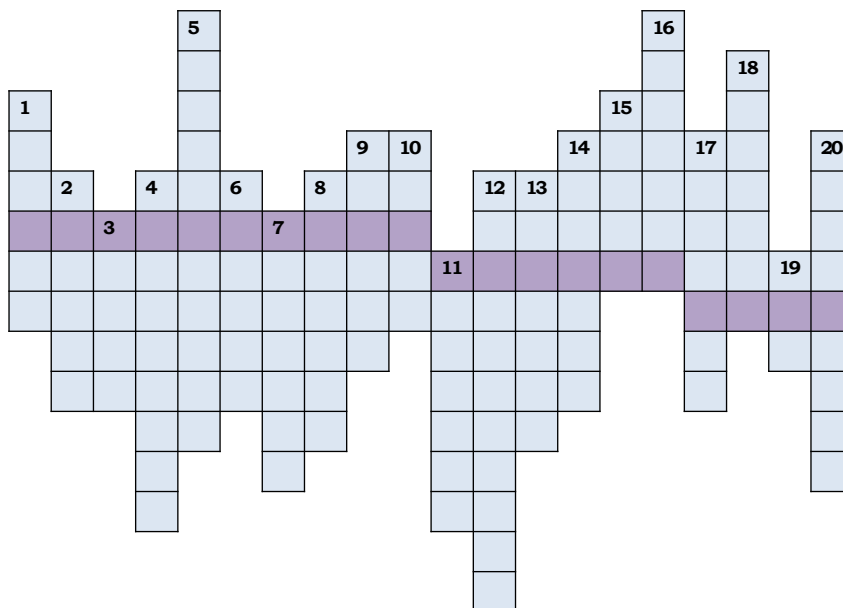
Ответ. 7.

Задание 13. На веревке завязали 12 узелков. На сколько частей узелки разделили веревку?

Ответ. Если узелки не завязаны на концах, то 13; если завязаны узелки на обоих концах, то 11; если имеется узелок на одном из концов, то 12.

Вопросы и задания для самопроверки

Заполните кроссворд.



1. Линия, которую можно бесконечно продолжить как в одну сторону, так и в другую.

Ответ. Прямая.

2. Название первого учебного пособия по геометрии.

Ответ. Начала.

3. Объект в пространстве, не имеющий никаких измеримых характеристик, кроме координат.

Ответ. Точка.

4. Раздел математики, изучающий свойства фигур.

Ответ. Геометрия.

5. Раздел геометрии, изучающий свойства фигур на плоскости.

Ответ. Планиметрия.

6. Проблемная ситуация с явно заданной целью, которую необходимо достичь.

Ответ. Задача.

7. Утверждение, которое требует доказательства.

Ответ. Теорема.

8. Простейший измерительный инструмент, как правило представляющий собой узкую пластину, у которой как минимум одна сторона прямая.

Ответ. Линейка.

9. Древнегреческий математик, автор первого из дошедших до нас теоретических трактатов по математике.

Ответ. Евклид.

10. Упорядоченный числовой или символьный ряд значений, отражающий допустимые вариации значений измеряемой величины.

Ответ. Шкала

11. Главный чертежный инструмент для проведения окружностей заданного диаметра и выполнения разнообразных вычислительных и измерительных работ в геометрии.

Ответ. Циркуль.

12. Простой и удобный инструмент для измерения и построения углов.

Ответ. Транспортир.

13. Часть прямой, ограниченная с двух сторон точками.

Ответ. Отрезок.

14. Утверждение, не требующее доказательств.

Ответ. Аксиома.

15. Точки, ограничивающие отрезок.

Ответ. Конец.

16. Отрезок, соединяющий вершины треугольника.

Ответ. Сторона.

17. Трудный путь от условия задачи к ответу.

Ответ. Решение.

18. Каждая из трёх точек, образующих треугольник.

Ответ. Вершина.

19. Полупрямая.

Ответ. Луч.

20. Бесконечная поверхность.

Ответ. Плоскость.

В выделенных клетках получится фраза: математика царица наук.

Занятие 10. Магия прямых скобок

Цель занятия: создать условия для систематизации и обобщения знаний о модуле числа в ходе командного соревнования.

Форма проведения занятия: командное соревнование.

Указание. В зависимости от уровня подготовленности обучающихся весь материал можно использовать в полном объеме или исключить несколько заданий. В начале занятия актуализируем знания, учащиеся вспоминают теоретические основы понятия модуль действительного числа, как выглядит график функции $y=|x|$, свойства модуля.



Рекомендации.

1. Организационные моменты (до занятия).

Состав команд. Лучше смешивать обучающихся разного уровня подготовки, чтобы «слабые» тянулись за «сильными», но при этом не чувствовали себя лишними.

Роль капитана. Выдайте капитану значок или браслет. В его задачи входит: распределять, кто идёт к доске (в эстафете), останавливать споры и иметь право «взять тайм-аут» (спросить у учителя один раз за игру).

Система штрафов. Обязательно пропишите штрафы до начала игры, например:

Выкрикивать с места – минус 1 балл команде.

Подсказка чужой команде – минус 2 балла.

Спор с капитаном во время ответа (кроме тихого обсуждения) – минус 1 балл.

Психологический трюк: дайте командам по 10–15 стартовых баллов (кредит доверия), чтобы они не боялись рисковать.

2. Управление динамикой (во время занятия).

Смена активности. Обучающиеся устают от однообразия за 5 – 7 минут. В вашем плане чередуйте: блиц (быстро/сидя) → дуэль капитанов (тишина/доска) → эстафета (движение/шум) → логическая задача (письменно/тихо).

Ограничение времени. Для каждого раунда поставьте таймер.

3. Работа с «выпадающими» обучающимися.

В эстафете запретите одному и тому же обучающемуся выходить дважды. Капитан обязан задействовать всех. Если кто-то не хочет идти к доске, то вся команда теряет ход.

Введите роль «аналитика» в команде: обучающийся, который не бежит к доске, а проверяет решения на листочке (с правом красной ручки). Это займет даже самого «слабого».

Итоговая фраза для старта: «Помните: главная проблема сегодня – не соперник, а ваша невнимательность к знаку минус перед скобками. Вторая проблема – желание выкрикнуть ответ с места. Посмотрим, кто решит все проблемы».

Повторим теорию.

Определение. Модуль числа a или абсолютная величина этого числа равна a , если это число больше или равно нулю, и равна $-a$, если число a меньше нуля:

$$|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}.$$

График функции $y = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$ (рис. 1)

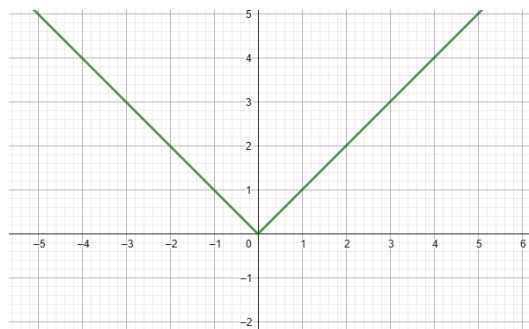


Рисунок 1.

Свойства

1. $|a| \geq 0$
2. $|-a| = |a|$
3. $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$
4. $|a|^2 = a^2$
5. $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$

Решим вместе

1) Вычислите $|-3,48|$

Ответ. 3,48.

2) Раскройте по определению модуля $|4x-35|$.

$$\text{Ответ. } |4x - 35| = \begin{cases} 4x - 35, & 4x - 35 \geq 0 \\ -4x + 35, & 4x - 35 < 0 \end{cases}, \quad |4x - 35| = \begin{cases} 4x - 35, & x \geq 8,75 \\ -4x + 35, & x < 8,75 \end{cases}$$

3) Сравните $|5,37x-2|$ и $|-5,37x+2|$

Ответ. Равны.

4) Упростите выражение $|x-26|+|x+18|$ при $x < -20$

Ответ. $|x-26|+|x+18|=-x+26-x-18=-2x+8$

5) Решите уравнение $|4x+11|=16$

Ответ. 1,25; -6,75.

Задания для команд

Каждое задание 1 – 12, с учетом подпунктов оценивается в 1 балл.

Задание 13 а) вычисление a – 2 балла, б) построение графика – 3 балла,

в) вычисление площади – 5 баллов.

Часть 1

Задания для 1 команды

Задание	Ответ
Вычислите	Ответ. $ 69,784-99,779 + -75,621+98,854 =29,995+23,233=53,228$
1) $ 69,784-99,779 + -75,621+98,854 $	
2) $ -62,35 - -15,68 $	Ответ. $ -62,35 - -15,68 =62,35-15,68=46,67$
3) $\left \frac{11}{12}-\frac{7}{20}\right -\left -\frac{14}{15}\right $	Ответ. $\left \frac{11}{12}-\frac{7}{20}\right -\left -\frac{14}{15}\right =\left \frac{34}{60}\right -\left \frac{14}{15}\right =\frac{34}{60}-\frac{14}{15}=-\frac{11}{30}$
4) $\left \frac{2}{9}-9\right -\left 9-\frac{2}{9}\right $	Ответ. $\left \frac{2}{9}-9\right -\left 9-\frac{2}{9}\right =0$
5) $\left 3\frac{4}{7}-4\right +\left 4-1\frac{5}{7}\right $	Ответ. $\left 3\frac{4}{7}-4\right +\left 4-1\frac{5}{7}\right =\left -\frac{3}{7}\right +\left 2+\frac{2}{7}\right =\frac{3}{7}+2+\frac{2}{7}=2+\frac{5}{7}=2\frac{5}{7}$
6) Упростите выражение $ x-9 -5$ при $x > 11$	Ответ. $x-14$
7) Упростите выражение $ x-4 + x+5 $ при $x < -9$	Ответ. $-2x-1$
8) Решите уравнение $ x+13 =5$	Ответ. -8; -18
9) Решите уравнение $ 27,15-x =93,73$	Ответ. 120,88; -66,58
10) Найдите значение выражения $ 6,837-2,157x $ при $x=4$	Ответ. 1,791

Задания для 2 команды

Задание	Ответ
Вычислите 1) $ 79,432-51,588 + -95,397+45,645 $	<i>Ответ.</i> $ 79,432-51,588 + -95,397+45,645 =27,844+49,752=77,596$
2) $ -56,63 - -64,39 $	<i>Ответ.</i> $ -56,63 - -64,39 =56,63-64,39=7,76$
3) $\left \frac{13}{18}-\frac{7}{30}\right -\left -\frac{11}{15}\right $	<i>Ответ.</i> $\left \frac{13}{18}-\frac{7}{30}\right -\left -\frac{11}{15}\right =\left \frac{44}{90}\right -\left \frac{11}{15}\right ==\frac{44}{90}-\frac{11}{15}=-\frac{11}{45}$
4) $\left \frac{3}{8}-8\right -\left 8-\frac{3}{8}\right $	<i>Ответ.</i> $\left \frac{3}{8}-8\right -\left 8-\frac{3}{8}\right =0$
5) $\left 3\frac{5}{8}-4\right +\left 4-1\frac{7}{8}\right $	<i>Ответ.</i> $\left 3\frac{5}{8}-4\right +\left 4-1\frac{7}{8}\right =\left -\frac{3}{8}\right +\left 2+\frac{1}{8}\right ==\frac{3}{8}+2+\frac{1}{8}=2+\frac{1}{2}=2\frac{1}{2}$
6) Упростите выражение $ x-7 -4$ при $x > 12$	<i>Ответ.</i> $x-11$
7) Упростите выражение $ x-6 + x+3 $ при $x < -4$	<i>Ответ.</i> $-2x-3$
8) Решите уравнение $ x+14 =4$	<i>Ответ.</i> $-10; -18$
9) Решите уравнение $ 54,43-x =23,14$	<i>Ответ.</i> $77,57; 31,29$
10) Найдите значение выражения $ 5,339-2,841x $ при $x=4$	<i>Ответ.</i> $6,025$

Задания для 3 команды

Задание	Ответ
Вычислите 1) $ 39,391-32,992 + -52,211+104,941 $	<i>Ответ.</i> $ 39,391-32,992 + -52,211+104,941 =6,399+52,73=59,129$
2) $ -60,82 - -43,47 $	<i>Ответ.</i> $ -60,82 - -43,47 =60,82-43,47=17,35$
3) $\left \frac{13}{21}-\frac{11}{28}\right -\left -\frac{5}{21}\right $	<i>Ответ.</i> $\left \frac{13}{21}-\frac{11}{28}\right -\left -\frac{5}{21}\right =\left \frac{19}{84}\right -\left \frac{5}{21}\right ==\frac{19}{84}-\frac{5}{21}=-\frac{1}{84}$
4) $\left \frac{5}{7}-7\right -\left 7-\frac{5}{7}\right $	<i>Ответ.</i> $\left \frac{5}{7}-7\right -\left 7-\frac{5}{7}\right =0$
5) $\left 3\frac{5}{11}-4\right +\left 4-1\frac{1}{11}\right $	<i>Ответ.</i> $\left 3\frac{5}{11}-4\right +\left 4-1\frac{1}{11}\right =\left -\frac{6}{11}\right +4-1\frac{1}{11}==\frac{6}{11}+3-\frac{1}{11}=3+\frac{5}{11}=3\frac{5}{11}$
6) Упростите выражение $ x-8 -5$ при $x > 15$	<i>Ответ.</i> $x-13$
7) Упростите выражение $ x-3 + x+7 $ при $x < -12$	<i>Ответ.</i> $-2x-4$
8) Решите уравнение $ x+15 =3$	<i>Ответ.</i> $-12; -18$
9) Решите уравнение $ 19,79-x =46,32$	<i>Ответ.</i> $66,11; -26,53$
10) Найдите значение выражения $ 4,548-2,387x $ при $x=6$	<i>Ответ.</i> $9,774$

Часть 2

Задания для 1 команды

Задание	Ответ
11) Есть ли ошибка? Если есть, напиши правильный ответ	
а) $ 5x - 8 = \begin{cases} 5x - 8, & 5x - 8 \geq 0 \\ -5x + 8, & 5x - 8 < 0 \end{cases}$	Ответ. Нет.
б) $ x + 3 = \begin{cases} x + 3, & x \geq 0 \\ -x - 3, & x < 0 \end{cases}$	Ответ. Да, $ x + 3 = \begin{cases} x + 3, & x \geq -3 \\ -x - 3, & x < -3 \end{cases}$
в) $ x + 14 = \begin{cases} x + 14, & x + 14 > 0 \\ -x - 14, & x + 14 \leq 0 \end{cases}$	Ответ. Нет.
г) $ x - 12 = \begin{cases} x - 12, & x - 12 \geq 0 \\ -x + 12, & -x + 12 < 0 \end{cases}$	Ответ. Да, $ x - 12 = \begin{cases} x - 12, & x - 12 \geq 0 \\ -x + 12, & x - 12 < 0 \end{cases}$
д) $ 27 - x = \begin{cases} 27 - x, & 27 - x \geq 0 \\ -27 - x, & 27 - x < 0 \end{cases}$	Ответ. Да, $ 27 - x = \begin{cases} 27 - x, & 27 - x \geq 0 \\ -27 + x, & 27 - x < 0 \end{cases}$
е) $ x - 38 = \begin{cases} x - 38, & x \geq 38 \\ -x + 38, & x < 38 \end{cases}$	Ответ. Нет.
ж) $ 4x - 64 = \begin{cases} 4x - 64, & x \geq 8 \\ -4x + 64, & x < 8 \end{cases}$	Ответ. Да, $ 4x - 64 = \begin{cases} 4x - 64, & x \geq 16 \\ -4x + 64, & x < 16 \end{cases}$
з) $ 8,4 - 1,2x = \begin{cases} 8,4 - 1,2x, & x \geq 7 \\ -8,4 + 1,2x, & x < 7 \end{cases}$	Ответ. Да, $ 8,4 - 1,2x = \begin{cases} 8,4 - 1,2x, & x \leq 7 \\ -8,4 + 1,2x, & x > 7 \end{cases}$

Задания для 2 команды

Задание	Ответ
11) Есть ли ошибка? Если есть, напиши правильный ответ	
а) $ 7x - 15 = \begin{cases} 7x - 15, & 7x - 15 \geq 0 \\ -7x + 15, & 7x - 15 < 0 \end{cases}$	Ответ. Нет.
б) $ x + 4 = \begin{cases} x + 4, & x \geq 0 \\ -x - 4, & x < 0 \end{cases}$	Ответ. Да, $ x + 4 = \begin{cases} x + 4, & x \geq -4 \\ -x - 4, & x < -4 \end{cases}$
в) $ x + 16 = \begin{cases} x + 16, & x + 16 > 0 \\ -x - 16, & x + 16 \leq 0 \end{cases}$	Ответ. Нет.
г) $ x - 21 = \begin{cases} x - 21, & x - 21 \geq 0 \\ -x + 21, & x - 21 < 0 \end{cases}$	Ответ. Да, $ x - 21 = \begin{cases} x - 21, & x - 21 \geq 0 \\ -x + 21, & x - 21 < 0 \end{cases}$
д) $ 37 - x = \begin{cases} 37 - x, & 37 - x \geq 0 \\ -37 - x, & 37 - x < 0 \end{cases}$	Ответ. Да, $ 37 - x = \begin{cases} 37 - x, & 37 - x \geq 0 \\ -37 + x, & 37 - x < 0 \end{cases}$
е) $ x - 18 = \begin{cases} x - 18, & x \geq 18 \\ -x + 18, & x < 18 \end{cases}$	Ответ. Нет.
ж) $ 3x - 81 = \begin{cases} 3x - 81, & x \geq 9 \\ -3x + 81, & x < 9 \end{cases}$	Ответ. Да, $ 3x - 81 = \begin{cases} 3x - 81, & x \geq 27 \\ -3x + 81, & x < 27 \end{cases}$
з) $ 12,6 - 1,4x = \begin{cases} 12,6 - 1,4x, & x \geq 9 \\ -12,6 + 1,4x, & x < 9 \end{cases}$	Ответ. Да, $ 12,6 - 1,4x = \begin{cases} 12,6 - 1,4x, & x \leq 9 \\ 12,6 + 1,4x, & x > 9 \end{cases}$

Задания для 3 команды

Задание	Ответ
11) Есть ли ошибка? Если есть, напиши правильный ответ	
а) $ 9x - 4 = \begin{cases} 9x - 4, & 9x - 4 \geq 0 \\ -9x + 4, & 9x - 4 < 0 \end{cases}$	Ответ. Нет.
б) $ x + 2 = \begin{cases} x + 2, & x \geq 0 \\ -x - 2, & x < 0 \end{cases}$	Ответ. Да, $ x + 2 = \begin{cases} x + 2, & x \geq -2 \\ -x - 2, & x < -2 \end{cases}$
в) $ x + 15 = \begin{cases} x + 15, & x + 15 > 0 \\ -x - 15, & x + 15 \leq 0 \end{cases}$	Ответ. Нет.
г) $ x - 34 = \begin{cases} x - 34, & x - 34 \geq 0 \\ -x + 34, & -x + 34 < 0 \end{cases}$	Ответ. Да, $ x - 34 = \begin{cases} x - 34, & x - 34 \geq 0 \\ -x + 34, & x - 34 < 0 \end{cases}$
д) $ 18 - x = \begin{cases} 18 - x, & 18 - x \geq 0 \\ -18 - x, & 18 - x < 0 \end{cases}$	Ответ. Да, $ 18 - x = \begin{cases} 18 - x, & 18 - x \geq 0 \\ -18 + x, & 18 - x < 0 \end{cases}$
е) $ x - 29 = \begin{cases} x - 29, & x \geq 29 \\ -x + 29, & x < 29 \end{cases}$	Ответ. Нет.
ж) $ 6x - 36 = \begin{cases} 6x - 36, & x \geq 2 \\ -6x + 36, & x < 2 \end{cases}$	Ответ. Да, $ 6x - 36 = \begin{cases} 6x - 36, & x \geq 6 \\ -6x + 36, & x < 6 \end{cases}$
з) $ 10,4 - 1,3x = \begin{cases} 10,4 - 1,3x, & x \geq 8 \\ -10,4 + 1,3x, & x < 8 \end{cases}$	Ответ. Да, $ 10,4 - 1,3x = \begin{cases} 10,4 - 1,3x, & x \leq 8 \\ -10,4 + 1,3x, & x > 8 \end{cases}$

Часть 3

Задания для 1 команды

Задание	Ответ
12) Отметьте на числовой прямой целые значения t , при которых верно неравенство:	
а) $ t < 4,9$	Ответ. -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4
б) $ t \leq 2,38$	Ответ. -2, -1, 0, 1, 2
в) $1 < t < 3,47$	Ответ. -3, -2, 2, 3
г) $1 \leq t < 3,47$	Ответ. -3, -2, -1, 1, 2, 3

Задание 13) (Задание повышенного уровня сложности)

а) Найдите значение выражения

$$a = -\left|\frac{3}{2} - 5\right| - (-7) \cdot \left|-3\frac{4}{7}\right| + |5|^2 + |-2,5 - 4|$$

б) Постройте графики уравнений $y=|x|$ и $y=a$.

в) Найдите площадь фигуры, ограниченной этими графиками.

Ответ.

а) $-3,5 + 25 + 25 + 6,5 = 53$

б) Рисунок 1, 2.

в) $S_{ABO} = S_{ACOD} = 3 \cdot 3 = 9$

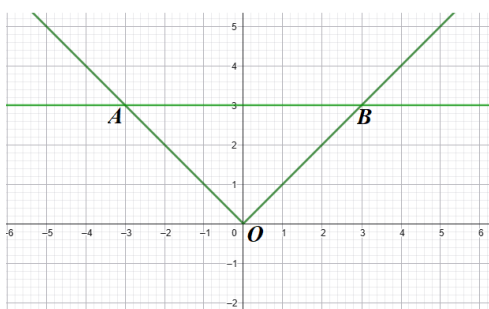


Рисунок 1

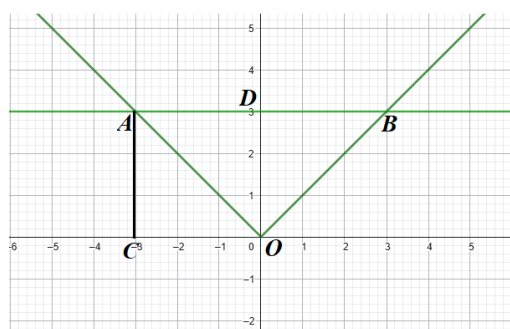


Рисунок 2.

Задания для 2 команды

Задание	Ответ
12) Отметьте на числовой прямой целые значения t , при которых верно неравенство:	
а) $ t < 3,4$	Ответ. -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3
б) $ t \leq 4,71$	Ответ. -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4
в) $3 < t < 5,62$	Ответ. -5, -4, 4, 5
г) $3 \leq t < 5,62$	Ответ. -5, -4, -3, 3, 4, 5

Задание 13) (Задание повышенного уровня сложности)

а) Найдите значение выражения $a = \left|\frac{5}{2} - 2\right| - (-9) \cdot \left|-3\frac{2}{9}\right| + |-4|^2 + |-9 - 5,5|$

б) Постройте графики уравнений $y=|x|$ и $y=a$.

в) Найдите площадь фигуры, ограниченной этими графиками.

Ответ.

а) $0,5 + 29 + 16 + 14,5 = 60$

б) Рисунок 3, 4

$$в) S_{ABO} = S_{ACOD} = 2 \cdot 2 = 4$$

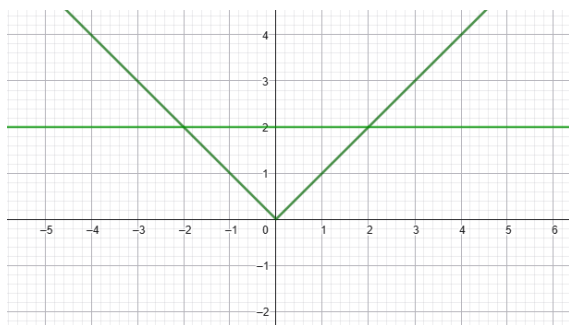


Рисунок 3.

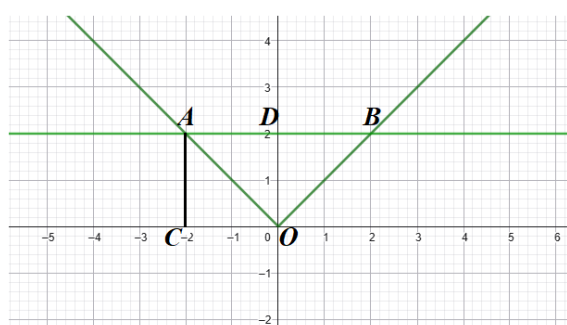


Рисунок 4.

Задания для 3 команды

Задание	Ответ
12) Отметьте на числовой прямой целые значения t , при которых верно неравенство:	
а) $ t < 2,8$	Ответ. -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3
б) $ t \leq 3,59$	Ответ. -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4
в) $2 < t < 5,18$	Ответ. -5, -4, -3, 3, 4, 5
г) $2 \leq t < 5,18$	Ответ. -5, -4, -3, -2, 2, 3, 4, 5

Задание 13) (Задание повышенного уровня сложности)

а) Найдите значение выражения $a = \left| \frac{7}{2} - 4 \right| - (-8) \cdot \left| -4\frac{3}{8} \right| + |-6|^2 + |-1 - 1,5|$

б) Постройте графики уравнений $y = |x|$ и $y = a$.

в) Найдите площадь фигуры, ограниченной этими графиками.

Ответ.

а) $0,5 + 35 + 36 + 2,5 = 74$

б) Рисунок 5, 6

в) $S_{ABO} = S_{ACOD} = 4 \cdot 4 = 16$

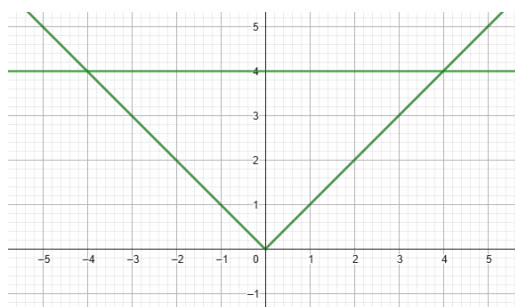


Рисунок 5.

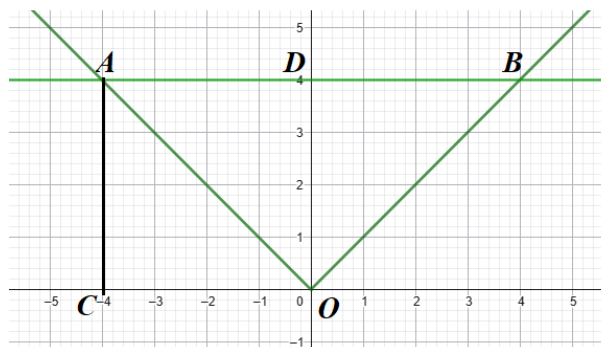


Рисунок 6.

Карточка ответов для учителя
1 команда

№	Ответ.		Максимальное количество баллов	Баллы
1	53,228		1	
2	46,67		1	
3	-11/30		1	
4	0		1	
5	$2\frac{5}{7}$		1	
6	$x-14$		1	
7	$-2x-1$		1	
8	-8; -18		1	
9	120,88; -66,58		1	
10	1,791		1	
11	а)	Нет	1	
	б)	Да, $ x+3 = \begin{cases} x+3, & x \geq -3 \\ -x-3, & x < -3 \end{cases}$	1	
	в)	Нет	1	
	г)	Да, $ x-12 = \begin{cases} x-12, & x-12 \geq 0 \\ -x+12, & x-12 < 0 \end{cases}$	1	
	д)	Да, $ 27-x = \begin{cases} 27-x, & 27-x \geq 0 \\ -27+x, & 27-x < 0 \end{cases}$	1	
	е)	Нет	1	
	ж)	Да, $ 4x-64 = \begin{cases} 4x-64, & x \geq 16 \\ -4x+64, & x < 16 \end{cases}$	1	
	з)	Да, $ 8,4-1,2x = \begin{cases} 8,4-1,2x, & x \leq 7 \\ -8,4+1,2x, & x > 7 \end{cases}$	1	
12	а)	-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4	1	
	б)	-2, -1, 0, 1, 2	1	
	в)	-3, -2, 2, 3	1	
	г)	-3, -2, -1, 1, 2, 3	1	

13	а)	53	2	
	б)	график	3	
	в)	9	5	
Итого:			32	

2 команда

№	Ответ.	Максимальное количество баллов	Баллы
1	77,596	1	
2	7,76	1	
3	-11/45	1	
4	0	1	
5	$2\frac{1}{2}$	1	
6	$x-11$	1	
7	$-2x-3$	1	
8	-10; -18	1	
9	77,57; 31,29	1	
10	6,025	1	
11	а) Нет	1	
	б) Да, $ x+4 = \begin{cases} x+4, & x \geq -4 \\ -x-4, & x < -4 \end{cases}$	1	
	в) Нет	1	
	г) Да, $ x-21 = \begin{cases} x-21, & x-21 \geq 0 \\ -x+21, & x-21 < 0 \end{cases}$	1	
	д) Да, $ 37-x = \begin{cases} 37-x, & 37-x \geq 0 \\ -37+x, & 37-x < 0 \end{cases}$	1	
	е) Нет	1	
	ж) Да, $ 3x-81 = \begin{cases} 3x-81, & x \geq 27 \\ -3x+81, & x < 27 \end{cases}$	1	
	з) Да, $ 12,6-1,4x = \begin{cases} 12,6-1,4x, & x \leq 9 \\ 12,6+1,4x, & x > 9 \end{cases}$	1	
12	а) -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3	1	
	б) -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4	1	

13	в)	-5, -4, 4, 5	1	
	г)	-5, -4, -3, 3, 4, 5	1	
	а)	60	2	
	б)	график	3	
	в)	4	5	
Итого:			32	

3 команда

№	Ответ.		Максимальное количество баллов	Баллы
1	59,129		1	
2	17,35		1	
3	-1/84		1	
4	0		1	
5	$3\frac{5}{11}$		1	
6	$x-13$		1	
7	$-2x-4$		1	
8	-12; -18		1	
9	66,11; -26,53		1	
10	9,774		1	
11	а)	Нет	1	
	б)	Да, $ x+2 = \begin{cases} x+2, & x \geq -2 \\ -x-2, & x < -2 \end{cases}$	1	
	в)	Нет	1	
	г)	Да, $ x-34 = \begin{cases} x-34, & x-34 \geq 0 \\ -x+34, & x-34 < 0 \end{cases}$	1	
	д)	Да, $ 18-x = \begin{cases} 18-x, & 18-x \geq 0 \\ -18+x, & 18-x < 0 \end{cases}$	1	
	е)	Нет	1	
	ж)	Да, $ 6x-36 = \begin{cases} 6x-36, & x \geq 6 \\ -6x+36, & x < 6 \end{cases}$	1	

	з)	Да, $ 10,4 - 1,3x = \begin{cases} 10,4 - 1,3x, & x \leq 8 \\ -10,4 + 1,3x, & x > 8 \end{cases}$	1	
12	а)	-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3	1	
	б)	-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4	1	
	в)	-5, -4, -3, 3, 4, 5	1	
	г)	-5, -4, -3, -2, 2, 3, 4, 5	1	
13	а)	74	2	
	б)	график	3	
	в)	16	5	
Итого:			32	

Занятие 11. Симметричные фигуры в окружающем мире

Цель занятия: создать условия для формирования умений определять симметрию точек (фигур) относительно прямой, строить симметричные точки (фигуры) относительно прямой, применять знания в практической деятельности.

Форма проведения занятия: игра «Счастливый случай».

Оборудование: ноутбук, мультимедийный проектор.

Раздаточный материал: цветная бумага, ткань, пуговицы, ножницы, клей, цветные карандаши, акварельные краски, кисти.

Указание. Разделить обучающихся на две группы (команды), можно накануне занятия. Занятие провести в виде игры. За каждый верный ответ начисляется 1 балл. Выигрывает команда, набравшая наибольшее количество баллов. На вопросы команды отвечают поочередно. После выполнения коллективных заданий сравнить результаты, подвести итог.

 Рекомендации. Заранее предупредить обучающихся о теме и форме проведения занятия, чтобы они могли повторить основные свойства осевой симметрии. Возможно уменьшение количества заданий.

Задание 1. Гейм «Дальше, дальше...»

Равнобедренный треугольник не имеет оси симметрии.

Ответ. Неверно.

Осью симметрии равнобедренного треугольника является любая его высота.

Ответ. Неверно.

Ось симметрии равнобедренного треугольника – медиана, проведенная к основанию.

Ответ. Верно.

Ось симметрии равнобедренного треугольника – его биссектриса.

Ответ. Неверно.

Прямоугольник имеет две оси симметрии.

Ответ. Верно.

Осями симметрии квадрата являются только его диагонали.

Ответ. Неверно.

Ромб не имеет оси симметрии.

Ответ. Неверно.

Окружность имеет единственную ось симметрии

Ответ. Неверно.

Сколько осей симметрии имеет квадрат

Ответ. 4.

Какая линия является осью симметрии в равнобедренном треугольнике?

Ответ. Медиана, биссектриса, высота, проведенные к основанию.

Сколько осей симметрии в прямоугольнике?

Ответ. 2.

Сколько осей симметрии имеет прямая.

Ответ. Бесконечно много.

Отрезок имеет единственную ось симметрии.

Ответ. Верно.

Луч имеет две оси симметрии.

Ответ. Неверно.

Назовите линию, являющуюся осью симметрии неразвернутого угла.

Ответ. Биссектриса.

В прямоугольнике четыре оси симметрии.

Ответ. Неверно.

Катет является осью симметрии прямоугольного треугольника.

Ответ. Неверно.

Секущая для параллельных прямых – ось симметрии.

Ответ. В том случае, если пересекает под прямым углом.

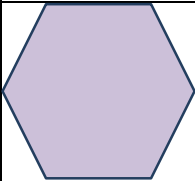
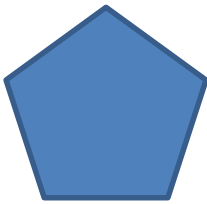
Буква А имеет вертикальную ось симметрии.

Ответ. Верно.

Буква Н имеет горизонтальную ось симметрии

Ответ. Верно.

Задание 2. Гейм «Заморочки из бочки»

1	2	3	4	5
				
6	7	8	9	10
				

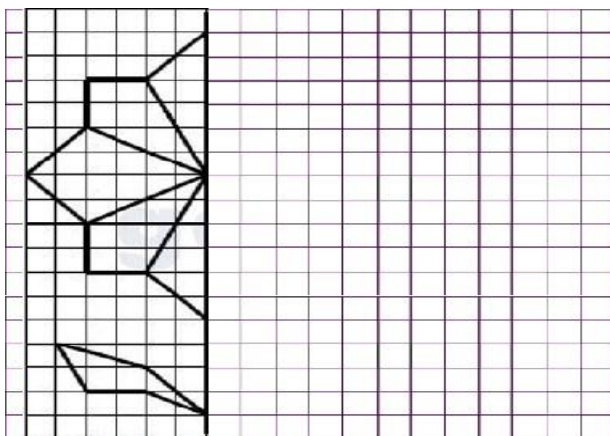
1. Из набора различных фигур из бумаги, используя перегибание листа, определите, какая фигура имеет:

- а) одну ось симметрии _____
- б) две оси симметрии _____
- в) более двух осей симметрии _____
- г) не имеют ось симметрии _____

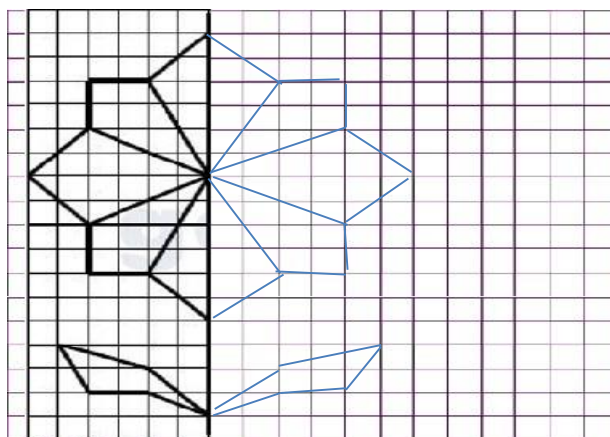
В ответе запишите номера фигур.

Ответ. а) 2 и 9. б) 7. в) 3,4,6,10. г) 1,5,8.

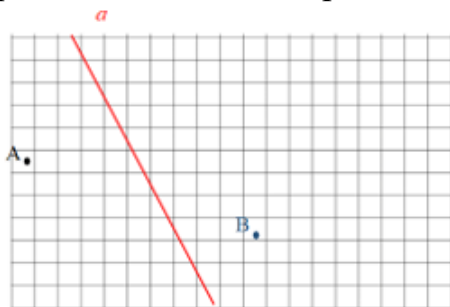
2. Восстановите чертеж симметричного объекта по испорченной схеме.



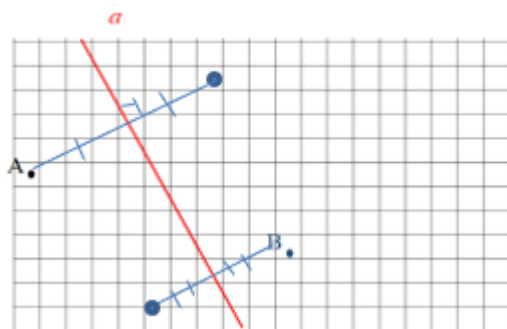
Ответ.



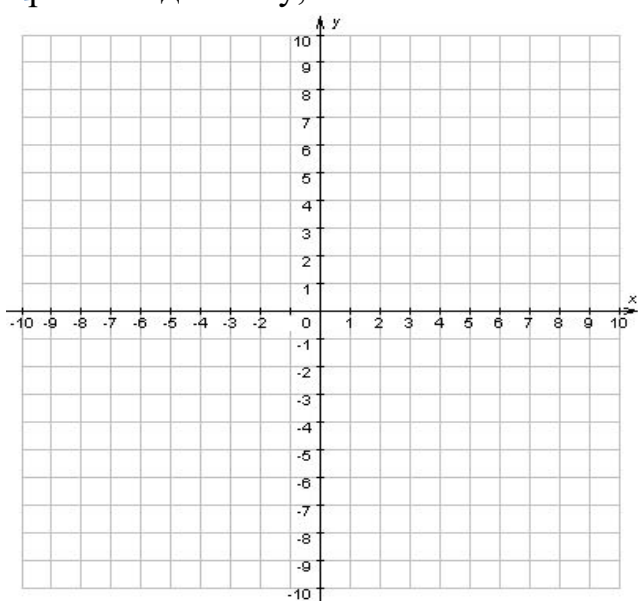
3. Постройте точки, симметричные точкам А и В, относительно прямой a .



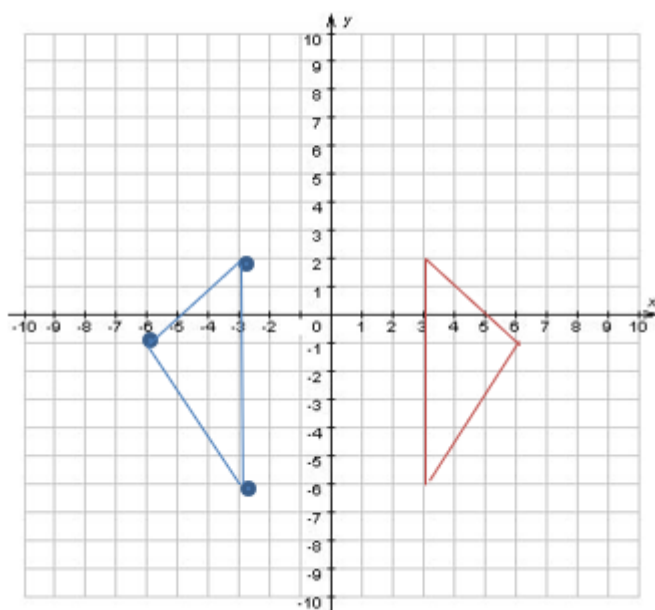
Ответ.



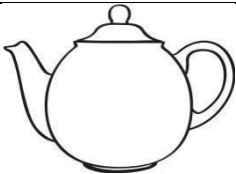
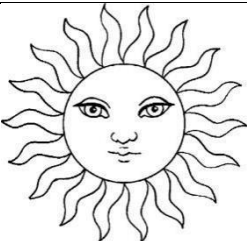
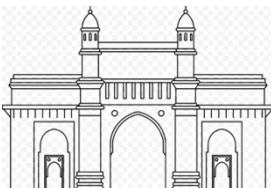
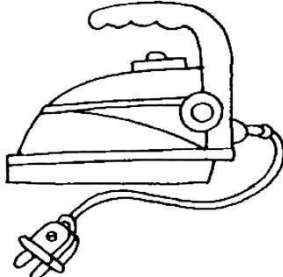
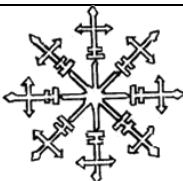
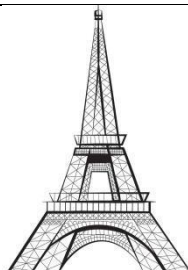
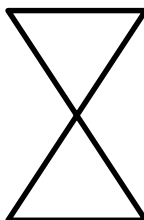
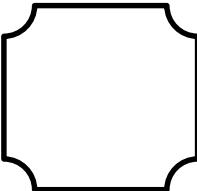
4. Отметьте на координатной плоскости точки М (-3;2), Р (-6;-1), Т (-3;-6). Постройте треугольник с заданными координатами и треугольник $M_1P_1T_1$, симметричный данному, относительно оси ОУ:



Ответ.



5. Выберите фигуры, имеющие ось симметрии. В ответе запишите номера рисунков.

1 	2 	3 	4 
5 	6 	7 	8 
9 	10 	11 	12 

Ответ. 2, 3, 5, 6, 7, 9, 12.

6. Почему нельзя выполнить задание, которое записано так: «Постройте фигуру, симметричную данной»?

Ответ. Не указано, относительно чего выполняется симметрия – относительно точки или относительно прямой.

7. Сформулируйте алгоритм построения точки, симметричной данной относительно прямой.

Ответ. Из данной точки А провести перпендикуляр к оси симметрии, на продолжении перпендикуляра за точку пересечения О отложить отрезок OA_1 , равный отрезку OA . Точка A_1 будет искомой симметричной точкой.

8. Сформулируйте алгоритм построения луча, симметричного данному относительно некоторой прямой.

Ответ. Провести из начальной точки исходного луча прямую, перпендикулярную оси симметрии. Измерить расстояние от начальной точки луча до оси симметрии. Обозначить это расстояние как d . Отложить на построенной перпендикулярной прямой по другую сторону от оси симметрии расстояние, равное d . Полученная точка будет начальной точкой искомого симметричного луча. Выбрать на луче произвольную точку, построить точку, симметричную выбранной относительно оси симметрии, провести луч в заданном направлении – это и будет искомым симметричный луч.

9. Сформулируйте алгоритм построения треугольника, симметричного данному относительно некоторой прямой.

Ответ. Из каждой вершины треугольника провести прямые, перпендикулярные оси симметрии, измерить расстояния от каждой вершины до оси симметрии и отложить такие же отрезки от оси симметрии на каждой прямой, соединить полученные точки, образованный треугольник симметричен данному.

10. Верно ли, что перечисленные числовые промежутки симметричны относительно прямой b , перпендикулярной к координатной прямой и проходящей через начало отсчета точку $O(0)$:

1. Отрезок AB , где $A(9)$, $B(17)$ и отрезок A_1B_1 , где $B_1(-16)$, $A_1(-9)$.
2. Луч с началом в точке $M(3)$, проходящий через точку $P(237)$ и луч с началом в точке $K(-3)$ и проходящий через точку $T(-17)$.

Ответ. 1) нет; 2) да.

Задание 3. Гейм «Конкурс капитанов»

Провести исследование (привести примеры):

1. Осевая симметрия в архитектуре нашей школы.

Ответ. Например, центральный фасад с главным входом, расположение окон, кабинетов, лестниц и других элементов, оформление портала (колонны, делящие пространство на симметричные прямоугольники, или треугольная крыша, венчающая портал), симметричное расположение спортивных снарядов, обозначений и линий в спортзале.

2. Осевая симметрия в растениях.

Ответ. Например, цветки с нечётным количеством лепестков. Цветки малины, шиповника, яблони, сливы, земляники.

3. Осевая симметрия в строении человека.

Ответ. Например, парные органы и структуры (у человека по две руки, две ноги, два глаза, два уха – они представляют собой как бы зеркальное отражение друг друга относительно средней линии), строение скелета, головной мозг.

4. Осевая симметрия и животный мир.

Ответ. Например, крылья и туловище бабочки; парные органы и структуры – глаза, уши, конечности, рога и др.

Задание 4. Гейм «Гонка за лидером» (творческое задание)

- 1) Создать симметричные модели или композицию, используя цветную бумагу, ножницы, фломастеры;
- 2) создать симметричные модели или композицию используя ткань, пуговицы и другие материалы.

Занятие 12. Мореплавание

Цель занятия: сформировать целостное представление о различных способах статистического анализа данных и методах вычисления средних величин.

Форма проведения занятия: командные (индивидуальные) соревнования.

Раздаточный материал: карточки с условиями задач.

Указание. Занятие можно провести как командные или индивидуальные соревнования. Можно разделить обучающихся на команды. Каждая команда получает карточку с условием задачи, на которой указано количество баллов. За каждое правильное задание начисляются баллы. Выигрывает команда, которая набрала больше всего баллов. Максимальное количество - 12 баллов.



Рекомендации. Перед проведением соревнований напомнить обучающимся определение квартилей и алгоритм их нахождения.

Повторим теорию.

Квартили - значения, которые делят упорядоченный набор данных на четыре равные части.

Первым квартилем числового набора называется число Q_1 , если хотя бы 25% значений не больше и хотя бы 75% значений в массиве не меньше, чем Q_1

Третьим квартилем числового набора называется число Q_3 , если хотя бы 75% значений не больше и хотя бы 25% значений в массиве не меньше, чем Q_3 .

Термин «*второй квартиль*» не используется, поскольку второй квартиль – это медиана.

Алгоритм нахождения квартилей.

1. Упорядочить ряд данных по возрастанию.
2. Найти медиану – второй квартиль.
3. Найти медиану нижней половины – первый квартиль.
4. Найти медиану верхней половины – третий квартиль.

Среднее гармоническое набора положительных чисел $x_1, x_2, \dots, x_n$ равно

$$\frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}}.$$

Задание 1. (2 балла). В порту стоят 7 прогулочных яхт. Возраст каждой яхты в годах: 7, 3, 12, 8, 5, 9, 10. Найдите первый и третий квартили.

Решение.

1. Упорядочим набор: 3, 5, 7, 8, 9, 10, 12.
2. Найдём медиану: 8
3. Разделим набор на половины:
нижняя половина: 3, 5, 7;
верхняя половина: 9, 10, 12.
4. Медиана нижней половины: 5 - первый квартиль
5. Медиана верхней половины: 10 - третий квартиль.

Ответ. $Q_1 = 5$; $Q_3 = 10$.

Задание 2. (2 балла). Водоизмещение стоящих в порту кораблей равно: 1500 т; 2300 т; 1800 т; 3200 т; 4100 т; 2700 т; 1900 т; 5500 т; 3800 т; 2900 т; 6200 т; 3500 т. Найдите первый и третий квартили.

Решение.

Упорядочим данные: 1500; 1800; 1900; 2300; 2700; 2900; 3200; 3500; 3800; 4100; 5500; 6200.

$Q_1 = 2100$; $Q_3 = 3950$.

Ответ. $Q_1 = 2100$; $Q_3 = 3950$.

Задание 3. (3 балла). Капитан ведёт учёт морских миль, пройденных его кораблём каждый месяц в течение года. Записанные данные (в тысячах морских миль) следующие: 8,2; 6,5; 9,1; 8,2; 5,8; 7,3; 8,7; 8,2; 6,5; 7,3; 9,1; 8,2. Найдите квартили. Объясните, как повторяющиеся значения влияют на расчёт.

Решение.

Упорядочим данные: 5,8; 6,5; 6,5; 7,3; 7,3; 8,2; 8,2; 8,2; 8,2; 8,7; 9,1; 9,1

$Q_1 = 6,9$; $Q_3 = 8,45$.

Повторяющиеся значения не меняют алгоритм, но могут привести к совпадению квартилей.

Ответ. $Q_1 = 6,9$; $Q_3 = 8,45$.

Задание 4. (3 балла). Два корабля участвовали в морских учениях. Их баллы, полученные за выполнение поставленных задач, приведены в таблице.

Корабль А	65	72	80	68	75	82	78	69	74	81
Корабль Б	58	67	76	62	71	85	73	64	79	83

Для каждого корабля найдите квартили. Сравните результаты кораблей, используя квартили. Какой корабль показал стабильные результаты? Почему?

Решение.

1. Корабль А: 65, 68, 69, 72, 74, 75, 78, 80, 81, 82

$$Q_1=69 \quad Q_3=80 \quad Q_3-Q_1=80-69=11$$

2. Корабль Б: 58, 62, 64, 67, 71, 73, 76, 79, 83, 85

$$Q_1=64 \quad Q_3=79 \quad Q_3-Q_1=79-64=15$$

Корабль А показал более стабильные результаты, так как межквартильный размах меньше.

Ответ. Корабль А: $Q_1=69 \quad Q_3=80$; Корабль Б: $Q_1=64 \quad Q_3=79$.

Задание 5. (1 балл). Найдите средний расход топлива для флотилии, если 1 судно расходует 0,5 л/км; 2 судно- 0,8 л/км; 3судно- 1,0 л/км; 4 судно- 0,4 л/км. Ответ округлите до сотых.

Решение.

$$\frac{4}{\frac{1}{0,5} + \frac{1}{0,8} + \frac{1}{1,0} + \frac{1}{0,4}} = \frac{4}{\frac{27}{4}} = \frac{4 \cdot 4}{27} \approx 0,59$$

Ответ. 0,59 л/км.

Задание 6. (1 балл). Три корабля преодолевают одинаковое расстояние в 180 км с разной скоростью. Первый корабль идет со скоростью 15 км/ч, второй – 20 км/ч, а третий- 30 км/ч. Найдите среднюю скорость всех трёх кораблей на данном участке.

Решение.

$$v_{cp} = \frac{3 \cdot 180}{\frac{180}{15} + \frac{180}{20} + \frac{180}{30}} = \frac{540}{27} = 20$$

Ответ. 20 км/ч.

Занятие 13. Делим числа

Цель занятия: научить применять признаки делимости чисел при решении задач повышенного уровня сложности.

Форма проведения занятия: соревнование «Математический турнир».

Указание. Занятие проводится как командное соревнование с несколькими этапами. За правильный ответ - 1 балл. Побеждает команда с наибольшим количеством баллов. Обучающихся разделить на 3-4 команды по 4-5 человек. Каждая команда придумывает название (например «Простые числа», «Кратные», «Делители»). Команды решают задачи по очереди. Если команда ошибается, право ответа переходит соперникам. Финальный этап – все команды получают одну задачу для работы в парах. За верное решение 10 баллов.



Рекомендации. Перед проведением занятия повторить с обучающимися некоторые признаки делимости и свойства.

Повторим теорию.

Признаки делимости.

Число делится на 4, если две его последние цифры образуют число, которое, делится на 4, или последние 2 цифры – нули.

Число делится на 8, если три его последние цифры образуют число, которое, делится на 8, или 3 последние цифры – нули.

Число делится на 6, если оно делится и на 2, и на 3.

Число делится на 11, если разность суммы цифр на нечётных позициях и суммы цифр на чётных делится на 11 или равна 0.

Свойства.

Если в произведении один из множителей делится на некоторое число, то и произведение делится на это число.

Если одно число делится на второе, а второе делится на третье, то и первое делится на третье.

Если два числа делятся на некоторое число, то их сумма и разность делятся на это число.

Задание 1. Известно, что число $XYUX$ делится на 5. Чему может быть равно X ? Найти все варианты и доказать, что других нет.

Решение.

Если число делится на 5, то по признаку делимости оно заканчивается на 0 или 5. Так как X стоит в начале числа $XYUX$, то $X \neq 0$, значит $X=5$.

Ответ. 5.

Задание 2. Делится ли число 32561698 на 4? Обоснуйте свой ответ, не выполняя деления в столбик.

Решение.

Если число делится на 4, то по признаку делимости на 4 двузначное число, образованное последними двумя цифрами исходного, тоже делится на 4. Но 98 на 4 не делится, а значит и все число 32561698 не делится на 4.

Ответ. Нет, не делится.

Задание 3. На какую цифру можно заменить *, чтобы:

а) 13^* делилось на 3 и на 5; б) 5^*8 делилось на 11.

Приведите все возможные варианты и поясните свой выбор.

Решение.

а) Число делится на 5 тогда и только тогда, когда оно заканчивается на 5 или 0. Но 130 на 3 не делится, а 135 делится, значит, * равна 9.

б) Чтобы число делилось на 11, необходимо и достаточно, чтобы разность суммы его цифр на нечетных позициях и суммы его цифр на четных позициях делилась на 11. Сумма двух цифр $5+8=13$. Единственная цифра, которую можно вычесть из 13 и получить число, делящееся на 11 это 2.

Ответ. а) 9. б) 2.

Задание 4. Найдите значение числа b , если b – наименьшее четырёхзначное число такое, что разность $(b-13)$ делится на 9.

Решение.

$b-13=b-4-9$ делится на 9, а значит, что b даёт остаток 4 при делении на 9. Наименьшее четырехзначное число это 1000. Оно дает остаток 1 при делении на 9. Поэтому наименьшее четырехзначное число, которое дает остаток 4 при делении на 9 это 1003.

Ответ. 1003.

Задание 5. Докажите, что следующее утверждение верно для любого натурального значения n :

а) $(3^n + 3^{n+1} + 3^{n+2}):13$;

б) $(7^n + 7^{n+1} + 7):19$;

в) $(5^n + 5 + 5^{n+2}):155$;

г) $(2^{2n} + 2^{2n+1} + 2^{2n+2}):28$.

Решение.

а) $3^n + 3^{n+1} + 3^{n+2} = 3^n + 3 \cdot 3^n + 3^2 \cdot 3^n = 3^n(1+3+9)$; $3^n(1+3+9) = 3^n \cdot 13 \cdot 3$,
 значит, исходное выражение делится нацело на 13.
 Остальные примеры доказываются аналогично.

Задание 6. Из трёхзначного числа вычли число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. На какие числа (отличные от 1) делится полученная разность? Сколько делителей имеет полученная разность?

Решение.

Запишем трехзначное число в виде $100a + 10b + c$, где a, b, c – цифры.
 тогда найдём разность чисел $100a + 10b + c - (100c + 10b - a) = 99(a - c)$
 Следовательно, разность чисел кратна всем делителям числа 99.
 Это числа: 1, 3, 9, 11, 33, 99.

Ответ. 6.

Задание 7. Докажите, что выражение $n^3 + 2n$ делится на 3 при любом натуральном n .

Решение.

$$n^3 + 2n = n(n^2 + 2)$$

Рассмотрим возможные случаи

1) $n = 3k$,

2) $n = 3k + 1$ значит,

$$n^2 + 2 = (3k + 1)^2 + 2 = 9k^2 + 6k + 1 + 2 = 9k^2 + 6k + 3 = 3(3k^2 + 2k + 1)$$

3) $n = 3k + 2$, значит,

$$n^2 + 2 = (3k + 2)^2 + 2 = 9k^2 + 12k + 4 + 2 = 9k^2 + 12k + 6 = 3(3k^2 + 4k + 2)$$

Во всех трёх случаях число $n^3 + 2n = n(n^2 + 2)$ делится на 3, что и требовалось доказать.

Работа в парах. Зачеркнутая цифра (фокус).

Пусть ваш товарищ задумает какое-нибудь многозначное число, например, 847. Предложите ему найти сумму цифр этого числа $(8 + 4 + 7) = 19$ и отнять её от задуманного числа. У товарища окажется: $847 - 19 = 828$. В том числе, которое получится, пусть он зачеркнет одну цифру – безразлично какую, и сообщит вам все остальные. Вы немедленно называете ему зачеркнутую цифру, хотя не знаете задуманного числа и не видели, что с ним проделывалось. Как можете вы это выполнить и в чем разгадка фокуса?

Решение.

Выполняется это очень просто: подыскивается такая цифра, которая вместе с суммой вам сообщенных цифр составила бы ближайшее число, делящееся на 9 без остатка. Если, например, в числе 828 была зачеркнута первая цифра (8) и вам сообщены цифры 2 и 8, то, сложив $2+8$, вы сообщаете, что до ближайшего числа, делящегося на 9, т.е. до 18 – не хватает 8. Это и есть зачеркнутая цифра.

Почему так получается? Потому что если от какого-либо числа отнять сумму его цифр, то должно остаться число, делящееся на 9, - иначе говоря, такое число, сумма цифр которого делится на 9. В самом деле, пусть в задуманном числе a – цифра сотен, b – цифра десятков, c – цифра единиц. Значит, всего в этом числе содержится единиц $100a + 10b + c$.

Отнимаем от этого числа сумму его цифр, получим

$$100a + 10b + c - (a + b + c) = 99a + 9b = 9(11a + b)$$

Но $9(11a + b)$ делится на 9, значит, при вычитании из числа суммы его цифр всегда должно получиться число, делящееся на 9 без остатка.

При выполнении фокуса может случиться, что сумма сообщенных вам цифр сама делится на 9 (например, 4 и 5). Это показывает, что зачеркнутая цифра есть либо 0, либо 9. Так вы и должны ответить: 0 или 9.

Подведение итогов. Награждение победителей.

Занятие 14. Практическое применение алгоритма Евклида

Цель занятия: расширить и углубить понимание алгоритма Евклида, освоить его расширенную версию, научиться применять для решения нестандартных задач.

Форма проведения занятия: практикум с элементами проектной и учебно-исследовательской работы.

Указание. Занятие проводится как практикум по решению задач повышенной сложности. Обучающиеся работают в группах по 5-6 человек. После решения карточек каждая группа оформляет на доске решение одной задачи (один представитель от группы). После выполнения работы в группах класс разбивается на пары, и каждая пара выполняет практическую работу на скорость. Первые три пары становятся победителями, им предоставляется возможность придумать задачу на алгоритм Евклида для других пар, а учитель включает её в следующий практикум.



Рекомендации. Перед проведением соревнования повторить с обучающимися алгоритм Евклида.

Повторим теорию.

Алгоритм Евклида – один из древнейших численных алгоритмов, используемых до сих пор. Он предназначен для нахождения наибольшего общего делителя (НОД) двух целых чисел или общей меры двух отрезков. Алгоритм назван в честь древнегреческого математика Евклида, который впервые описал его в своём труде «Начала». Задача алгоритма Евклида – эффективно находить НОД, не выписывая все делители чисел.

Рассмотрим два варианта алгоритма:

1. Через деление с остатком (основной)

Шаги:

- 1) Делим большее число на меньшее.
- 2) Если остаток равен нулю, то меньшее число – искомый НОД.
- 3) Если остаток не равен нулю, то заменяем большее число на остаток.
- 4) Повторяем шаги 1 – 3 пока остаток не станет нулём. Последний ненулевой остаток – НОД.

Пример: НОД (1071; 462)

$$1071 = 462 \cdot 2 + 147$$

$$462 = 147 \cdot 3 + 21$$

$$147 = 21 \cdot 7 + 0$$

$$\text{НОД}(1071; 462) = 21.$$

2. Через вычитание (альтернативный)

Шаги:

- 1) Из большего числа вычитаем меньшее.
- 2) Если разность равна нулю, то числа равны – это и есть НОД.
- 3) Если разность не равна нулю, то заменяем большее число на разность.
- 4) Повторяем шаги 1 – 3 пока числа не станут равными.

Пример: НОД (36; 24)

$$36 - 24 = 12$$

$$24 - 12 = 12$$

$$12 - 12 = 0$$

$$\text{НОД}(36; 24) = 12.$$

Метод вычитания проще для понимания, но медленнее при больших числах.

Задание 1. Можно ли разложить 126 апельсинов и 84 лимона поровну в несколько пакетов так, чтобы в каждом пакете было одинаковое число фруктов и не осталось лишних? Какое наибольшее число пакетов возможно?

Решение.

Нужно найти НОД (126; 84), это и будет максимальное число пакетов.

$$126 : 84 = 1 \text{ (остаток 42)}, \text{ следовательно, } 126 = 84 \cdot 1 + 42$$

$$84 : 42 = 2 \text{ (остаток 0)}, \text{ следовательно, } 84 = 42 \cdot 2 + 0$$

$$\text{НОД}(126; 84) = 42$$

$$126 : 42 = 3 \text{ (апельсина); } 84 : 42 = 2 \text{ (лимона).}$$

Ответ. Да, можно. Наибольшее число пакетов 42.

Задание 2. Нужно разложить 84 шоколадные конфеты и 60 леденцов по одинаковым подарочным пакетам. В каждом пакете должно быть одинаковое число шоколадных конфет и одинаковое число леденцов. Лишних конфет не должно остаться. Какое наибольшее число пакетов можно сделать?

Решение.

Найдем НОД (84; 60). Это будет максимальное число пакетов.

$$84 = 60 \cdot 1 + 24$$

$$60 = 24 \cdot 2 + 12$$

$$24 = 12 \cdot 2 + 0, \text{ следовательно, } \text{НОД}(84; 60) = 12$$

Значит можно сделать 12 пакетов.

В каждом пакете $84 : 12 = 7$ (шоколадных конфет), $60 : 12 = 5$ (леденцов).

Ответ. 12.

Задание 3. Пол в ванной комнате имеет размер 180 см на 120 см. Нужно уложить квадратную плитку максимально возможного размера так, чтобы вся площадь пола была покрыта плиткой, и плитку не пришлось резать. Какой размер плитки выбрать?

Решение.

Размер квадратной плитки – это наибольшее число, на которое делятся числа 180 и 120. Значит нужно найти НОД (180; 120).

$$180 = 120 \cdot 1 + 60$$

$$120 = 60 \cdot 2 + 0, \text{ следовательно, НОД (180; 120) = 60}$$

Ответ. Плитка размером 60 см на 60 см.

Задание 4. Автобус №1 ходит каждые 24 минуты, автобус №2 – каждые 36 минут. Они одновременно отправились от остановки в 8:00. Через сколько минут они снова встретятся на этой остановке?

Решение.

Нужно найти наименьшее время, через которое оба интервала уложатся целое число раз. Это НОК (24; 36). Сначала найдем НОД (24; 36).

$$36 = 24 \cdot 1 + 12$$

$$24 = 12 \cdot 2 + 0, \text{ следовательно, НОД (24; 36) = 12}$$

$$\text{Тогда НОК (24; 36) = } 12 \cdot 2 \cdot 3 = 72$$

Ответ. Через 72 минуты.

Задание 5. Есть две ленты. Одна длиной 96 см, другая 72 см. Их нужно разрезать на одинаковые куски максимальной длины, чтобы не было обрезков. Какова длина одного куска? Сколько кусков получится?

Решение.

Длина куска – это НОД (96; 72)

$$96 = 72 \cdot 1 + 24$$

$$72 = 24 \cdot 3 + 0, \text{ следовательно, НОД (96; 72) = 24}$$

$$\text{Число кусков первой ленты } 96 : 24 = 4$$

$$\text{Число кусков второй ленты } 72 : 24 = 3$$

$$\text{Всего } 4 + 3 = 7$$

Ответ. Длина куска 24 см, всего 7 кусков.

Практическая работа в парах

Задание 1. Упаковка сувениров. В мастерской изготовили 468 брелоков и 312 магнитов. Их нужно разложить в одинаковые подарочные

наборы так, чтобы ничего не осталось. Какое наибольшее число наборов можно сделать?

Решение.

Найдем НОД (468; 312) алгоритмом Евклида (деление с остатком).

$$468 = 312 \cdot 1 + 156$$

$$312 = 156 \cdot 2 + 0$$

Последний ненулевой остаток 156. Значит можно сделать 156 наборов.

Ответ. 156 наборов.

Задание 2. Разрезание ткани. Есть два куска ткани: один длиной 360 см, другой 270 см. Их нужно разрезать на одинаковые полосы максимальной длины, чтобы не было обрезков. Какова длина одной полосы? Сколько полос получится всего?

Решение.

Найдем НОД (360; 270).

$$360 = 270 \cdot 1 + 90$$

$$270 = 90 \cdot 3 + 0, \text{ следовательно, НОД (360; 270) = 90}$$

Длина полосы 90 см. Число полос из первого куска $360 : 90 = 4$, из второго куска $270 : 90 = 3$, всего $4 + 3 = 7$.

Ответ. 90 см, 7 полос.

Задание 3. Распределение книг. В библиотеку поступило 504 учебника по математике и 360 учебников по русскому языку. Их нужно распределить по кабинетам так, чтобы в каждом было одинаковое число учебников каждого предмета, и все книги были розданы. Какое наибольшее число кабинетов можно обеспечить?

Решение.

Найдем НОД (504; 360) через последовательное вычитание:

$$504 - 360 = 144$$

$$360 - 144 = 216$$

$$216 - 144 = 72$$

$$144 - 72 = 72$$

$$72 - 72 = 0$$

Числа сравнялись, НОД (504; 360) = 72.

Можно обеспечить 72 кабинета. В каждом будет $504 : 72 = 7$ (учебников по математике); $360 : 72 = 5$ (учебников по русскому языку).

Ответ. 72 кабинета.

Задание 4. Докажите, что $\text{НОД}(4n+5; 3n+4)=1$ для любого натурального n .

Решение.

Применим алгоритм Евклида

$$(4n+5) = (3n+4) \cdot 1 + (n+1)$$

$$(3n+4) = (n+1) \cdot 3 + 1$$

$$(n+1) = (n+1) \cdot 1 + 0$$

Последний ненулевой остаток равен 1. Значит $\text{НОД}(4n+5; 3n+4)=1$ для любого n . Что и требовалось доказать.

Вывод. Учитель. Мы с вами убедились, что алгоритм Евклида – эффективный алгоритм для нахождения наибольшего общего делителя двух целых чисел. Алгоритм Евклида также применяется в программировании, теории чисел, при решении диофантовых уравнений и т.д.

Можно предложить обучающимся найти интересную информацию об областях применения алгоритма Евклида и рассказать в начале следующего занятия.

Подведение итогов. Награждение победителей.

Занятие 15. Делимость и остатки

Цель занятия: закрепить знания о делении с остатком.

Форма проведения занятия: игра по станциям.

Оборудование: таблички с названием станций «Станция ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ», «Станция МЫСЛИТЕЛЬНАЯ», «Станция ПРАКТИЧЕСКАЯ» для каждой команды.

Раздаточный материал: листы с заданиями для каждой станции.

Указание. Занятие провести в виде игры. Разделить обучающихся на две команды. Школьники выбирают капитана и придумывают название своей команде. За каждое правильно решённое задание начисляются баллы. Выигрывает команда, набравшая больше баллов. При равном количестве баллов победа признаётся за командой, прошедшей все станции быстрее. Столы в классе расположить в 2 ряда по 3 стола в каждом. На столах установить таблички с названием станций. Каждая команда совместно решает задания. После выполнения всех заданий на первой станции капитан передает лист с ответами учителю, и команда переходит на вторую станцию и т.д.



Рекомендации. Перед проведением игры повторить с обучающимися понятия «делимое», «делитель», «неполное частное», «остаток». В зависимости от уровня обучающихся, можно уменьшить количество вопросов или станций.

«Станция ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ»

Задание команде № 1

	Вопрос	Ответ
1	Как называется c в равенстве $c = a \cdot b + d$ ($a > d$)?	Делимое
2	ему равно x в равенстве $53 : x = x$ (ост. 4)?	7
3	Что означает запись $6n + 2$?	Некоторое число при делении на 6 даёт остаток 2
4	Выполните деление с остатком $100 : 11$ и результат запишите в виде равенства $a = bq + r$	$100 : 11 = 9$ (ост. 1) $100 = 11 \cdot 9 + 1$
5	Чему равна сумма остатков от деления некоторого целого числа на 9?	36
6	Чему равно произведение остатков от деления некоторого целого числа на 9?	0
7	Чему равен остаток от деления числа 399157 на 8?	Чтобы найти остаток быстро нужно использовать признак делимости на 8. Три последние цифры должны делиться на 8. $157 : 8 = 19$ (ост. 5), значит при делении числа 399157 на 8 в остатке получится 5.
8	Какой остаток при делении на 8 даёт число a , если $a = 24k + 20$?	Делим почленно $24k : 8 = 3k$ (ост. 0) $20 : 8 = 2$ (ост. 0) Складываем остатки $0 + 4 = 4$
9	Известно, что число при делении на 7 даёт в остатке 4. Найдите 3 любых таких числа.	Общий вид чисел, которые делятся на 7 и в остатке дают 4 $a = 7k + 4$. Примеры таких чисел При $k = 1$, получаем 11. При $k = 2$ получаем 18. При $k = 5$ получаем 39.
10	Запишите общий вид натурального числа, которое при делении на 15 даёт в остатке 11.	$a = 15k + 11$

«Станция ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ»

Задание команде № 2

	Вопрос	Ответ
1	Чем является a в равенстве $c = a \cdot b + d$ ($a > d$)?	Неполное частное.
2	Чему равно y в равенстве $86 : y = y$ (ост. 5)?	9
3	Что означает запись $7n + 1$?	Некоторое число при делении на 7 даёт остаток 1.
4	Выполните деление с остатком $100 : 12$ и результат запишите в виде равенства $a = bq + r$	$100 : 12 = 8$ (ост. 4) $100 = 12 \cdot 8 + 4$
5	Чему равна сумма остатков от деления некоторого целого числа на 10?	45
6	Чему равно произведение остатков от деления некоторого целого числа на 10?	0
7	Чему равен остаток от деления числа 399159 на 8?	Чтобы найти остаток быстро нужно использовать признак делимости на 8. Три последние цифры должны делиться на 8. $159 : 8 = 19$ (ост. 7), значит при делении числа 399159 на 8 в остатке получится 7
8	Какой остаток при делении на 9 даёт число a , если $a = 36k + 22$?	Делим почленно $36k : 9 = 4k$ (ост. 0) $22 : 9 = 2$ (ост. 4) Складываем остатки $0 + 4 = 4$
9	Известно, что число при делении на 6 даёт в остатке 5. Найдите 3 любых таких числа.	Общий вид чисел, которые делятся на 6 и в остатке дают 5 $a = 6k + 5$. Примеры таких чисел При $k = 1$, получаем 11. При $k = 2$ получаем 17. При $k = 5$ получаем 35
10	Запишите общий вид натурального числа, которое при делении на 14 даёт в остатке 9.	$a = 14k + 9$

«Станция МЫСЛИТЕЛЬНАЯ»

Задание команде № 1

1. Найдите число, которое при делении на 37 даёт остаток 33, а на 48 делится нацело. При этом частное в обоих случаях получается одинаковым.

Решение. Пусть x – искомое число, а y – одинаковое частное. Тогда наше число можно записать в виде $x = 37y + 33$ и $x = 48y$. Составим уравнение:

$$37y + 33 = 48y$$

$$y = 3$$

$$x = 144$$

Ответ. 144.

2. Число a даёт остаток 8 при делении на 11, а число b – остаток 2. Найдите остаток от деления числа $ab - 3a$ на 11.

Решение. Пусть $a = 11x + 8$ и $b = 11y + 2$. Составим выражение

$$ab - 3a = (11x + 8) \cdot (11y + 2) - 3 \cdot (11x + 8), \text{ после преобразований получим } 11(11xy - x + 8y - 1) + 3$$

Выражение $11(11xy - x + 8y - 1)$ делится на 11 без остатка, значит остаток от деления числа $11(11xy - x + 8y - 1) + 3$ на 11 равен 3.

Ответ. 3.

3. Докажите, что сумма квадратов двух последовательных целых чисел при делении на 4 даёт остаток 1.

Решение. Если числа последовательные, то одно из них чётное, а второе нечётное. Пусть $2n$ и $2n + 1$ два последовательных числа. Запишем сумму их квадратов $(2n)^2 + (2n + 1)^2$, после преобразования получим $4(2n^2 + 1) + 1$.

$4(2n^2 + 1)$ делится на 4 без остатка, значит, $4(2n^2 + 1) + 1$ делится на 4 с остатком 1. Что и требовалось доказать.

«Станция МЫСЛИТЕЛЬНАЯ»

Задание команде № 2

1. Одно и тоже число при делении на 57 даёт остаток 20, а на 67 делится без остатка. При этом частное в обоих случаях получается одинаковым. Найдите это число.

Решение. Пусть x – искомое число, а y – одинаковое частное. Тогда наше число можно записать в виде $x = 57y + 20$ и $x = 67y$. Составим уравнение:

$$57y + 20 = 67y$$

$$y = 2$$

$$x = 134$$

Ответ. 134.

2. Число a даёт остаток 6 при делении на 13, а число b – остаток 5. Найдите остаток от деления числа $ab - 6a$ на 13.

Решение. Пусть $a = 13x + 6$ и $b = 13y + 5$. Составим выражение $ab - 6a = (13x + 6) \cdot (13y + 5) - 6 \cdot (13x + 6)$, после преобразований получим $13(13xy - x + 6y - 1) + 7$

Выражение $13(13xy - x + 6y - 1)$ делится на 13 без остатка, значит остаток от деления числа $13(13xy - x + 6y - 1) + 7$ на 13 равен 7.

Ответ. 7.

3. Докажите, что сумма квадратов двух последовательных нечётных чисел при делении на 8 даёт остаток 2.

Решение. Любое нечётное число можно записать в виде $2n + 1$, тогда за ним следующее число имеет вид $2n + 3$. Запишем сумму их квадратов $(2n + 1)^2 + (2n + 3)^2$, после преобразования получим $8(n^2 + 2n + 1) + 2$.

Выражение $8(n^2 + 2n + 1)$ делится на 8 без остатка, значит $8(n^2 + 2n + 1) + 2$ делится на 8 с остатком 2. Что и требовалось доказать.

«Станция ПРАКТИЧЕСКАЯ»

Задание команде № 1

1. Теплоход рассчитан на 750 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 70 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

Решение. $(750 + 25) : 70 = 11$ (ост 5).

Ответ. 12 шлюпок.

2. Бабушка сварила 43 л вишневого варенья. Какое наименьшее количество трёхлитровых банок надо взять, чтобы разлить всё варенье?

Решение. $43 : 3 = 14$ (ост 1)

Ответ. 15 банок.

3. Вика живет в квартире № 93. В ее доме 9 этажей, по 4 квартиры на каждом этаже. В каком подъезде и на каком этаже живет Вика?

Решение.

$9 \cdot 4 = 36$ (квартир) – в одном подъезде.

$93:36=2$ (ост 21), квартира № 93 находится в подъезде № 3.

$93-36\cdot 2=21$ - это номер нужной квартиры в подъезде №3.

$21:4=5$ (ост1) – квартира № 93 находится на 6 этаже.

Ответ. 3-й подъезд, 6-й этаж.

«Станция ПРАКТИЧЕСКАЯ»

Задание команде № 2

1. В загородный лагерь необходимо вывезти 150 человек. Какое наименьшее количество автобусов надо заказать, если вместимость автобуса 42 пассажира?

Решение. $150:42=3$ (ост 24)

Ответ. 4 автобуса.

2. Необходимо разлить в банки 17 л кваса. Какое наименьшее количество двухлитровых банок надо взять, чтобы разлить весь квас?

Решение. $17:2=8$ (ост 1)

Ответ. 9 банок.

3. Сергей живет в квартире № 59 семиэтажного дома. В каком подъезде и на каком этаже живет Сергей, если на каждом этаже по 4 квартиры?

Решение.

$7\cdot 4=28$ (28) квартир в одном подъезде.

$59:28=2$ (ост 3), квартира № 59 находится в подъезде № 3.

$59-2\cdot 28=3$ номер нужной квартиры в подъезде № 3.

На каждом этаже 4 квартиры, значит Сергей живёт на первом этаже.

Ответ. 3-й подъезд, 1-й этаж.

Подведение итогов.

Во время работы команд на станции «Мыслительная», учитель проверяет результаты работы команд на станции «Теоретическая» и т.д. Поэтому итог игры может быть подведён на этом же занятии.

Занятие 16. Арифметика остатков

Цель занятия: рассмотреть способ решения задач на делимость чисел, не выполняя громоздких вычислений.

Форма проведения занятия: математический бой.

Оборудование: два стола для выполнения заданий, карточки с заданиями, чистые листы для выполнения заданий, сигнальные карточки.

Указание. Разделить обучающихся на две команды. Занятие провести в виде математического боя. Обучающиеся выбирают капитана и придумывают название своей команде. Командам выдаётся по одному заданию одинакового содержания. Отводится определённое время для решения. Команда, выполнившая задание, сообщает об этом поднятием сигнальной карточки. На этом решение выданного задания прекращается, и один представитель из команды, выполнившей задание, выходит к доске и объясняет решение. Участники обеих команд внимательно следят за ходом решения. По окончании объяснения участникам команды-соперницы учитель предлагает найти ошибки, недочёты в решении или предложить свой способ решения. Учитель начисляет баллы обеим командам. После этого командам выдаётся следующее задание. Выигрывает та команда, которая набрала больше всего баллов

 Рекомендации. В зависимости от уровня обучающихся, возможно уменьшение количества заданий. Перед проведением математического боя напомнить обучающимся определение и свойства сравнений.

Повторим теорию.

Определение. Целые числа a и b , разность которых делится на натуральное число m , называют сравнимыми по модулю m . Записывают так $a \equiv b \pmod{m}$. Читают: a сравнимо с b по модулю m . То есть при делении чисел a и b на число m получаются одинаковые остатки. Модулем в арифметике остатков называют делитель.

Например, $15:7 = 2$ (ост. 1) и $22:7 = 3$ (ост. 1), значит, $15 \equiv 22 \pmod{7}$.

Свойства сравнений.

Если $a \equiv b \pmod{m}$ и $c \equiv d \pmod{m}$, то

а) $a + c \equiv b + d \pmod{m}$.

б) $ac \equiv bd \pmod{m}$.

в) $a^k \equiv b^k \pmod{m}$.

Здесь все числа целые, модуль m – натуральное число.

Задание 1. Конкурс капитанов.

Капитаны выходят к доске. В руках сигнальные карточки. Готов ответ – капитан поднимает карточку и отвечает. Нужно устно решить задачи.

1) Найдите остаток от деления числа 123456789 на 10, на 5, на 2.

Решение. При делении числа 123456789 на 10 остаток 9, на 5 остаток 4, на 2 остаток 1.

Ответ. 9; 4; 1.

2) Для строительства бани нужно привезти 23 бревна. В распоряжении бригады рабочих есть одна машина, на которую можно положить не более 4 брёвен. Сколько рейсов нужно сделать, чтобы перевести все брёвна?

Решение.

$$23:4=5 \text{ (ост } 3\text{)}.$$

Ответ. 6 рейсов

3) В парке высадили 56 лип по 9 лип в каждом ряду. Сколько полных рядов лип получилось?

Решение.

$$56:9=6 \text{ (ост } 2\text{)}.$$

Ответ. 6 рядов.

4) В школьную столовую выделили 158 кг яблок. Их необходимо упаковать в ящики вместимостью 12 кг. Какое наименьшее количество таких ящиков понадобится для перевозки всех яблок?

Решение.

$$158:12=13 \text{ (ост } 2\text{)}.$$

Ответ. 14 ящиков.

5) На две одинаковых рубашки пошло 6 м ткани. Сколько таких рубашек можно сшить из 31 м ткани и сколько ткани останется?

Решение.

$$6:2=3 \text{ (м)} - \text{ на одну рубашку.}$$

$$31:3=10 \text{ (ост } 1\text{)}$$

Ответ. 10 рубашек, 1 м ткани останется.

Задание 2. Найдите остаток от деления 3^{10} на 5.

Решение. Посчитаем степени 3 по модулю 5.

$$3^1 = 3 \quad 3:5 = 0 \text{ (ост. } 3\text{)}$$

$$3^2 = 9 \quad 9:5 = 1 \text{ (ост. } 4\text{)}$$

$$3^3 = 27 \quad 27:5 = 5 \text{ (ост. } 2\text{)}$$

$$3^4 = 81 \quad 81:5 = 16 \text{ (ост. } 1\text{)}$$

$$3^5 = 243 \quad 243:5 = 48 \text{ (ост. } 3\text{)} - \text{ цикл повторяется.}$$

Цикл: 3, 4, 2, 1 – длина цикла 4. Показатель степени делим на длину цикла $10:4=2$ (ост. 2), значит 3^{10} сравнимо со вторым элементом цикла, то есть $3^{10} = 3^2$, а так как $3^2:5=1$ (ост. 4), то и при делении 3^{10} на 5 в остатке получится 4.

Ответ. 4.

Задание 3. Сегодня вторник. Какой день недели будет через 100 дней?

Решение. Зададим нумерацию дней. Понедельник 0, вторник 1, среда 2, четверг 3, пятница 4, суббота 5, воскресенье 6. Заметим, что 0, 1, 2, 3, 4, 5 и 6 – это остатки от деления целых чисел на 7 (в неделе 7 дней).

$100:7=14$ (ост. 2). В 100 днях содержится 14 полных недель, то есть $14 \cdot 7 = 98$ дней и ещё 2 дня. Складываем остаток с номером вторника $2+1=3$.

Номер 3 соответствует четвергу.

Ответ. Четверг.

Задание 4. Не проводя обычных вычислений, найти остаток от деления на 6 следующей суммы $64+65+66+67+68+69+70$.

Решение. Остатки от деления слагаемых равны 4, 5, 0, 1, 2, 3, 4.

Найдём сумму остатков $4+5+0+1+2+3+4=19$

$19:6=3$ (ост. 1).

При делении суммы остатков на 6 в остатке получается 1, значит и при делении всей суммы на 6 в остатке получится 1.

Используя обозначения, можно решение этой задачи записать так:

$$64 \equiv 4 \pmod{6}, 65 \equiv 5 \pmod{6}, 66 \equiv 0 \pmod{6}, 67 \equiv 1 \pmod{6},$$

$$68 \equiv 2 \pmod{6}, 69 \equiv 3 \pmod{6}, 70 \equiv 4 \pmod{6}$$

$$64+65+66+67+68+69+70 \equiv 4+5+0+1+2+3+4 \pmod{6}, \text{ то есть}$$

$$19 \equiv 1 \pmod{6}$$

Ответ. 1.

Задание 5. Не проводя обычных вычислений, найти остаток от деления на 4 следующего произведения $29 \cdot 30 \cdot 31 \cdot 33$.

Решение.

$$29 \equiv 1 \pmod{4}, 30 \equiv 2 \pmod{4}, 31 \equiv 3 \pmod{4}, 33 \equiv 1 \pmod{4}$$

$$29 \cdot 30 \cdot 31 \cdot 33 \equiv 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \pmod{4}, \text{ то есть } 6 \equiv 2 \pmod{4}$$

При делении произведения остатков на 4 в остатке получается 2, значит и при делении произведения данных чисел на 4 в остатке получится 2.

Ответ. 2.

Задание 6. Докажите, что $(7^{2026} + 9^{2026}) : 10$.

Решение. Найдём несколько степеней числа 7.

$$7^1 = 7$$

$$7^2 = 49, 49 \equiv 9 \pmod{10}$$

$$7^3 = 49 \cdot 7 \equiv 9 \cdot 7 \pmod{10}, 63 \equiv 3 \pmod{10}$$

$$7^4 = 49 \cdot 49 \equiv 9 \cdot 9 \pmod{10}, 81 \equiv 1 \pmod{10}$$

$$7^5 = 7^4 \cdot 7 \equiv 1 \cdot 7 \pmod{10}, 7 \equiv 7 \pmod{10}$$

Замечаем цикл 7, 9, 3, 1. Длина цикла 4. Так как $2026 = 506 \cdot 4 + 2$, то

$$7^{2026} = (7^4)^{506} \cdot 7^2 \equiv 1 \cdot 9 \equiv 9 \pmod{10}$$

Найдём несколько степеней числа 9.

$$9^1 = 9$$

$$9^2 = 81, 81 \equiv 1 \pmod{10}$$

$$9^3 = 81 \cdot 9 \equiv 1 \cdot 9 \pmod{10}, 1 \cdot 9 \equiv 9 \pmod{10}$$

$$9^4 = 81 \cdot 81 \equiv 1 \cdot 1 \pmod{10}, 1 \cdot 1 \equiv 1 \pmod{10}$$

Замечаем цикл: 9, 1. Длина цикла 2. Так как $2026 : 2 = 1013$, то

$$9^{2026} = (9^2)^{1013} \equiv (1)^{1013} \equiv 1 \pmod{10}$$

Значит, $7^{2026} + 9^{2026} \equiv 9 + 1 = 10 \equiv 0 \pmod{10}$, т.е. число делится нацело на 10. Что и требовалось доказать.

Полезный вывод: степени натуральных чисел всегда «зацикливаются» по любому модулю, так как количество различных остатков всегда конечно, а так как количество натуральных степеней бесконечно, то какой-то остаток обязательно встретится во второй раз. Дальше из свойства произведения степеней следует, что все последующие остатки будут повторены, то есть возникает цикл остатков.

Итоги. Учитель объявляет команду-победительницу.

Занятие 17. Играем в детективов

Цель занятия: обобщить знания, полученные на курсе, в ходе решения нестандартных и олимпиадных задач.

Форма проведения занятия: игра «Математический детектив».

Оборудование: презентация или распечатки с условиями задач (на каждую парту или на экран), проектор (по желанию) для демонстрации таблиц (расстояния до Марса, планеты), часы или таймер для контроля времени на каждый этап.

Раздаточный материал: распечатки с условиями задач (на каждую парту).

Указание. Можно разделить обучающихся на команды по 4-5 человек (каждая команда – детективное агентство). На каждом этапе командам предлагается решить задание за определённое время. За правильное решение начисляется 1 балл. (Учитель может самостоятельно варьировать количество баллов по каждому заданию). Выигрывает команда, набравшая больше всего баллов.



Рекомендации. Перед выполнением заданий учитель может повторить с обучающимися статистические характеристики и признаки делимости. Затем учитель рассказывает историю. (Можно распечатать текст легенды и выдать каждой команде).

Легенда. «В Институте космических исследований готовили доклад о великих противостояниях Марса. За день до презентации из сейфа пропала секретная формула, позволяющая предсказывать точную дату следующего противостояния. На столе охранник нашёл зашифрованную записку, а рядом странный снегоходный ключ и листок с незаконченными построениями».

В краже подозреваются четверо сотрудников: Александр (астроном), Виталий (инженер), Максим (программист), Алексей (лаборант). У каждого есть алиби, но только один говорит правду. Вы – детективное агентство «Логика». Ваша задача: пройти 5 этапов, собрать улики и назвать имя похитителя.

Этап 1. «Флажки на месте преступления» (логика)

На столе лежат 22 флажка – это сигнальная система. Флажки выстроены в ряд. В записке сказано: «Слева от Саши – 15 флажков. Справа от Даши – 12 флажков» Кто из нас (Саша, Маша или Даша) стоял ближе всех к сейфу?

Решение.

$22 - 15 = 7$ (флажков)- у Даши и Маши.

$12 - 7 = 5$ (флажков) – у Маши.

Улика. У того, кто стоял ближе к сейфу, чётное число флажков. У Маши 5 флажков → нечётное → ближе всех Саша. У него 10 флажков, если посчитать: 7 у Даши и Маши, 5 у Маши, значит у Даши 2, у Саши $15 - 2 = 13$? Внимание: пересчитайте! Но похититель не Маша. Вывод: подозреваемый не Маша (её нет в списке), но флажки указывают на Сашу (но Саша не сотрудник). Зато это намек: считать нужно внимательно!

Ответ. 5.

Этап 2. «Кто на чём уехал?» (логические таблицы)

В гараже института стоят снегоходы: «Сокол», «Тигр», «Слон», «Медведь».

Из показаний охраны.

В первом заезде Александр был на снегоходе Виталия, а во втором - Виталий на снегоходе Алексея.

Максим выиграл третий заезд на своем снегоходе «Сокол», причём он выиграл и все остальные заезды.

На «Тигре» во втором заезде ехал Алексей, а в четвёртом заезде ехал Александр.

В четвёртом заезде снегоход «Тигр» пришел вторым после «Слона».

Кому принадлежал снегоход «Медведь»?

Решение.

	«Сокол»	«Тигр»	«Слон»	«Медведь»
Виталий	-	-	-	+
Алексей	-	-	+	-
Максим	+	-	-	-
Александр	-	+	-	-

Улика. Владелец «Медведя» – тот, кто не мог быть в гараже в момент кражи (потому что был на гонках).

Из 1-го и 3-го заездов видно, что «Тигр» не принадлежит Алексею. Из 1-го и 4-го заездов видно, что «Тигр» не принадлежит Виталию, так как Александр не мог ехать на «Тигре» в первом и четвёртом заездах. Поэтому «Тигр» принадлежит Александру. Александру не принадлежит «Сокол», «Медведь» и «Слон». Максим не мог ехать на «Соколе» и на «Слоне» во втором заезде, так как ехал на них в 3-м и 4-м заездах. (Максим выиграл все заезды, а значит, и 4-й, и поэтому в 4-м заезде он ехал на «Слоне», который пришёл первым). Максим не мог ехать во втором заезде на «Тигре», так как на

«Тигре» во втором заезде ехал Алексей. Значит, Максим во втором заезде ехал на «Медведе». «Медведь» не принадлежит Алексею, так как во втором заезде на снегоходе Алексея ехал Виталий. Тогда «Медведь» принадлежит Виталию, а «Слон» - Алексею.

Ответ. Виталию. Значит, Виталий на гонках – у него алиби.

Этап 3. «Взлом сейфа» (делимость чисел)

Код от сейфа – 7 цифр (только 2 и 3). Двоек больше, чем троек. Код делится на 3 и на 4.

В записке обрывок: «...232».

Задание. Найдите единственный подходящий код.

Улика. Если код правильный – откроется сейф, и вы найдёте расписание гонок (кто где был).

Решение. Как проверить делимость на 3? На 4? Перебирайте варианты вместе (зачем перебирать 7 цифр, если можно начать с суммы). Сумма цифр делится на 3 (признак делимости на 3). Всего 7 цифр, двоек больше, чем троек. Значит, двоек от 4 до 7. Подбираем.

Если 5 двоек и 2 тройки: сумма = $5 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 10 + 6 = 16$ (не делится на 3).

Если 6 двоек и 1 тройка: $6 \cdot 2 + 3 = 15$ (делится на 3).

Признак делимости на 4: последние две цифры образуют число, кратное 4.

Возможный код: 2222232 (последние две цифры 32, делятся на 4).

Ответ. Сможет. Код от сейфа 2222232.

Этап 4. «Марсианская статистика» (разгадка времени)

В открывшемся сейфе – таблица великих противостояний Марса (расстояния в млн км):

Великие противостояния Марса (минимальное расстояние до Земли) за 1830—2050 годы		
Дата	Расстояние (а. е.)	Расстояние (млн км)
19 сентября 1830	0,388	58,04
18 августа 1845	0,373	55,80
17 июля 1860	0,393	58,79
5 сентября 1877	0,37	56,40
4 августа 1892	0,378	56,55
24 сентября 1909	0,392	58,64

Великие противостояния Марса (минимальное расстояние до Земли) за 1830—2050 годы		
Дата	Расстояние (а. е.)	Расстояние (млн км)
23 августа 1924	0,373	55,80
23 июля 1939	0,390	58,34
10 сентября 1956	0,379	56,70
10 августа 1971	0,378	56,55
22 сентября 1988	0,394	58,94
28 августа 2003	0,373	55,80
27 июля 2018	0,386	57,74
15 сентября 2035	0,382	57,15
14 августа 2050	0,374	55,95

Найти среднее значение минимального расстояния от Марса до Земли в млн. км. Найти моду ряда в млн. км. Расшифруйте:

- Среднее (целая часть) – номер кабинета.
- Мода – номер шкафчика.

Решение.

Среднее $\approx 57,146$. Мода 55,80 (встречается 3 раза).

57,146; 55,8 среднее 57,146, значит кабинет 57; мода 55,8, следовательно, шкафчик 56.

Ответ. Среднее 57, мода 56.

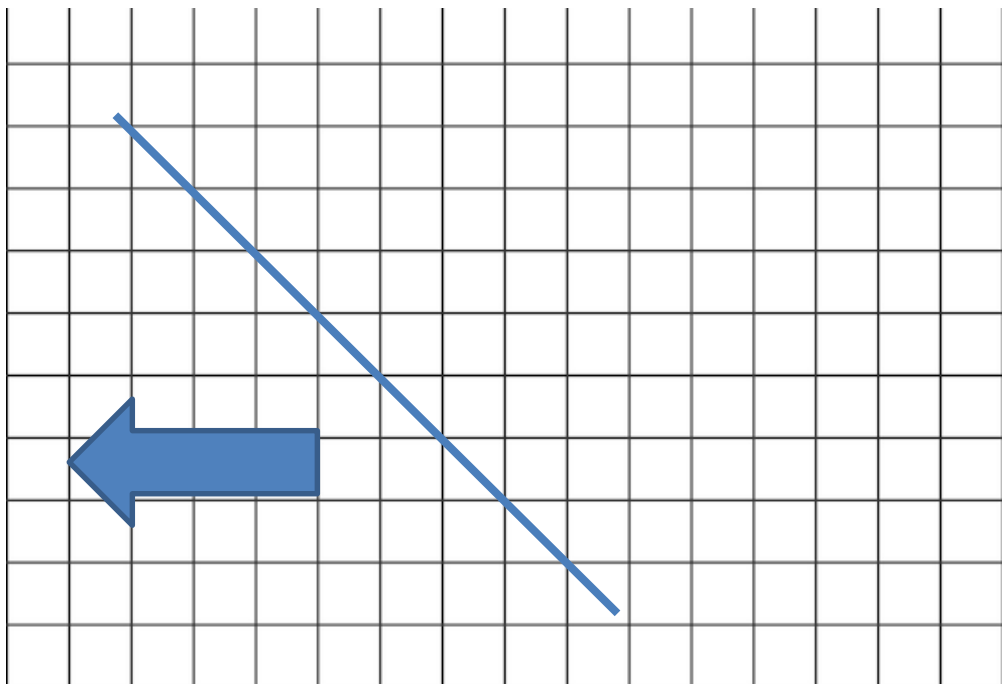
Улика. В кабинете 57, шкафчике 56 лежит запись с камер наблюдения.

Этап 5. «Симметрия преступления» (осевая симметрия + построение)

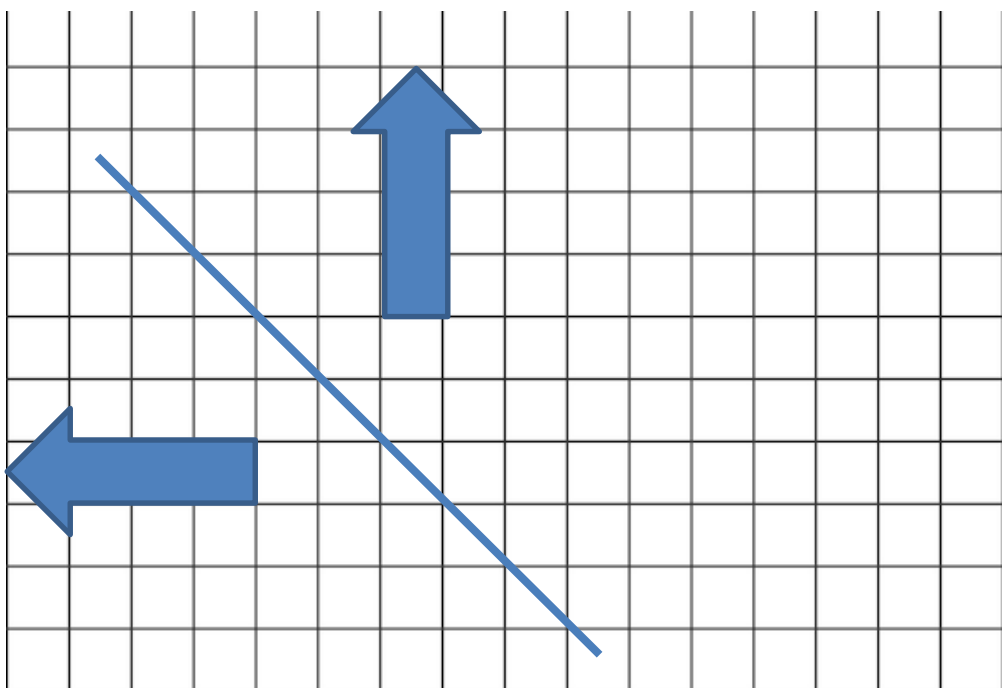
На записи камер – фигура, симметричная относительно прямой. Если построить отражение, получится силуэт похитителя. А в треугольнике на полу лаборатории надо вписать окружность – её центр укажет точку, где стоял злоумышленник.

1. На листочках с напечатанной фигурой и прямой постройте отражение.

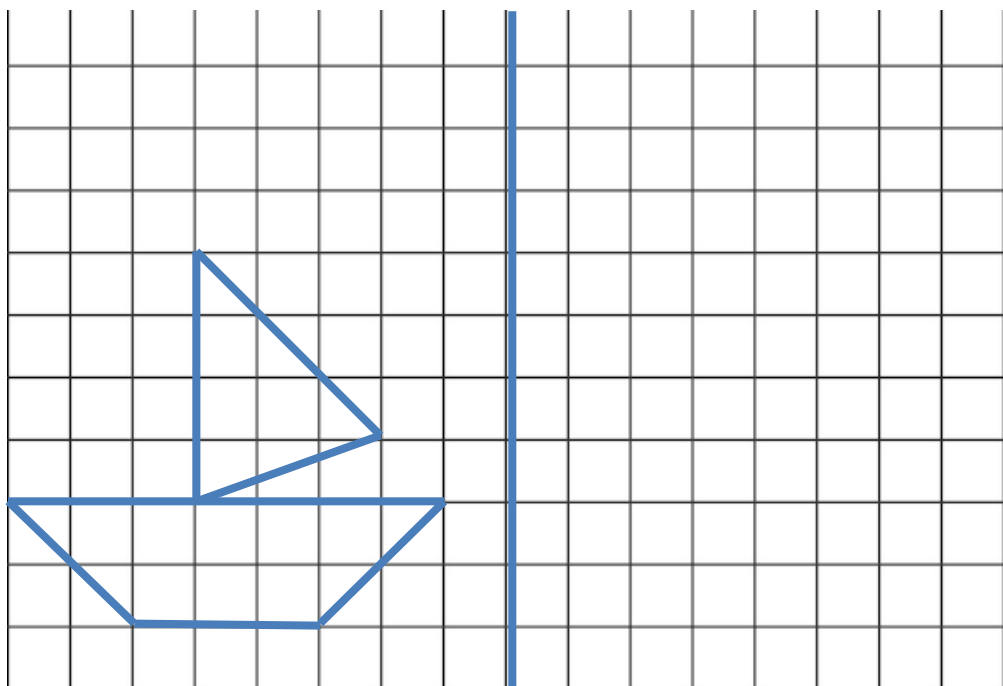
Указание. Напомнить обучающимся, что точки отражаются перпендикулярно прямой на равное расстояние.



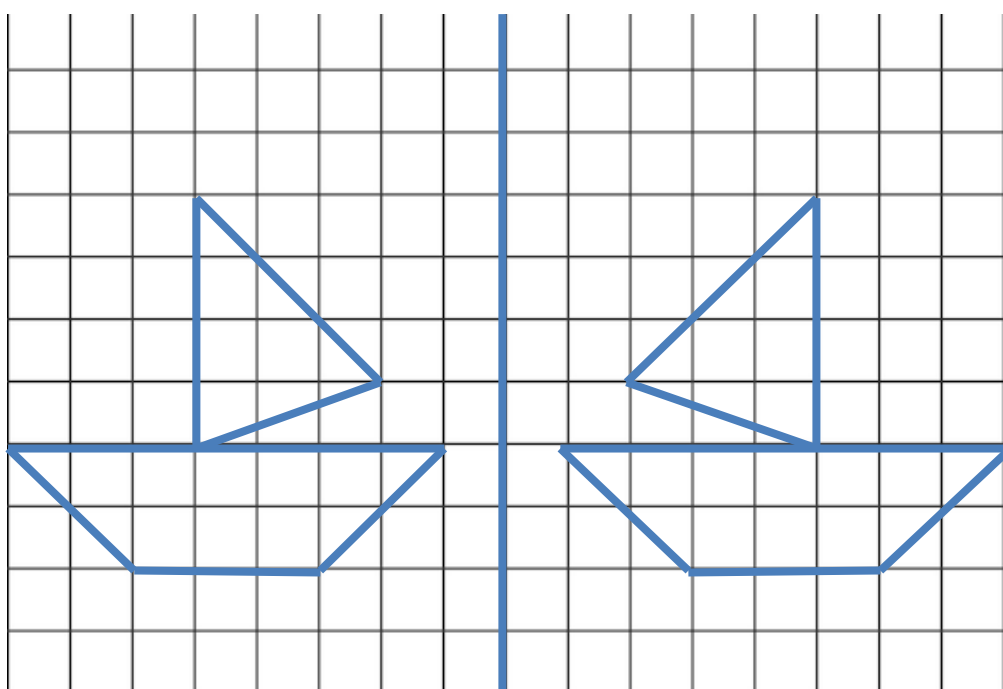
Ответ



2. Постройте фигуру, симметричную данной относительно прямой.



Ответ.



3.Задача на построение

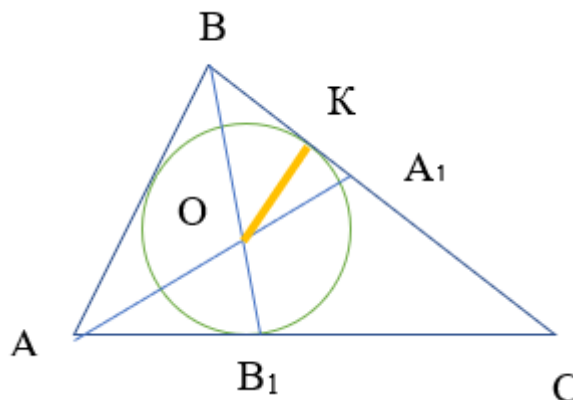
Как вписать окружность в данный треугольник? Составьте алгоритм и выполните построение.

Построение.

Проведём 2 биссектрисы AA_1 и BB_1
 $\angle ABB_1 = \angle CBB_1$, $\angle BAA_1 = \angle CAA_1$

$AA_1 \cap BB_1 = O$ - центр вписанной окружности.

Строим отрезок $OK \perp BC$ – радиус искомой окружности.



Улика. Центр вписанной окружности совпадает с точкой на плане, где оставлен отпечаток ботинка. Размер обуви 43 – у кого из подозреваемых такой?

Сравним улики

Подозреваемый	Алиби (на гонках)	Был в кабинете № 57	Размер обуви 43
Александр	Да (4-ый заезд)	Нет	42
Виталий	Да (1-ый и 2-ой заезды)	Нет	43
Максим	Да (все заезды)	Да	44
Алексей	Нет (был в лаборатории)	Да	43

Видим:

- Виталий на гонках – не мог быть в институте.
- Алексей не участвовал в заездах (его снегоходом пользовались другие), он был в лаборатории, его обувь 43, и он мог открыть сейф (знал код). Похититель – Алексей!

Дело раскрыто. Алексей украл формулу, чтобы самому представить доклад на конференции.

В награду детективы получают «Сертификат эксперта по математическим расследованиям» (можно распечатать).

Учитель также может заранее предложить обучающимся подготовить небольшие выступления на тему: «Чем был интересен курс «Математические открытия»? На занятии прослушать обучающихся, обсудить различные мнения, помочь сделать выводы. Завершить рефлексией.

Список использованных источников

Литература:

1. Азевич А. И. Двадцать уроков гармонии. Гуманитарно-математический курс. - М.: Школа- Пресс, 1998. – 160 с.
2. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С. Б. Математика. Геометрия: 7-9 классы: учебник. -14-е изд.,перераб. М: Просвещение, 2023. 416 с.
3. Белобров, В. А. Традиционные русские меры длины / Белобров В. А. – Изд. 2-е, доп. и дораб. – Москва: Сам полиграфист, 2021 Библиогр.: 415 с.
4. Власова Т.Г.Предметная неделя математики в школе / Т.Г. Власова, Ростов-на-Дону; «Феникс»; 2009, 171 с.
5. Волчкевич М.А. Геометрия. 7 класс: учеб. Пособие для общеобразоват. оргранизаций / М.А. Волчкевич; под ред. И.В. Ященко. М.: Просвещение, 202. – 287 с
6. Высоцкий И. Р., Ященко И.В. Вероятность и статистика. Учебник. В двух частях. 7-9 классы. Часть 1. М.: Просвещение, 2023. 176 с.
7. Высоцкий И. Р., Ященко И.В. Вероятность и статистика. Учебник. В двух частях. 7-9 классы. Часть 2. М.: Просвещение, 2023. 111 с.
8. Золотарёва Н. Д. Олимпиадная математика. Логические задачи с решениями и указаниями. 5 – 7 классы: учебно-методическое пособие / Н. Д. Золотарёва, М. В. Федотов; под редакцией М. В. Федотова. М.: Лаборатория знаний, 2021. –238 с.
9. Математика: большой сборник тематических заданий для подготовки к основному государственному экзамену / под ред. И.В. Ященко. – Москва: АСТ, 2019. – 95 с.
10. Мерзляк А. Г., Полонский Алгебра. 7(Углубленное изучение). М.: Просвещение, 2022. 298 с.
11. Мерзляк А.Г., Поляков В.М., Геометрия 7 класс: углублённый уровень: учебник под редакцией В.Е. Подольского – 4-е изд., Москва: «Просвещение», 2023 г.
12. Рослова Л. О., Алексеева Е. Е., Буцко Е. В., Карамова И. И. Математика (углубленный уровень). Реализация требований ФГОС основного общего образования: методическое пособие для учителя / под ред. Л. О. Рословой. М.: ФГБНУ «Институт стратегии развития образования РАО», 2022. – с. 135:
13. Савин А.П., Станцо В.В., Котова А.Ю. Занимательная математика в рассказах для детей. М.: АСТ: Астрель, 2011. - 382 с.
14. Сагателова, Л. С. Математика. Решаем текстовые задачи. 7-11 классы / Л. С. Сагателова. М.: Илекса, 2025. – 158 с.
15. Соколова И.В. Математический кружок в VI классе: Учеб.-метод. Пособие. - Краснодар: КубГУ, 2005. 152 с.

16. Шуба, М.Ю. Занимательные задания в обучении математике: книга для учителя / М. Ю. Шуба. – 2-е изд. - Москва: Просвещение, 1995. – 222 с.

17. Якутин Ю.В. Русская мера. Меры длины. Меры площади. Меры веса. Меры объёма. – Издательство: Экономическая газета, 2011 г., 974 с.

Интернет- источники:

1. ВПР – 2026, Математика профильного уровня для 7 класса: задания, ответы, решения. – [Электронный ресурс]. URL: <https://math7p-vpr.sdangia.ru/>
2. Открытый банк заданий ОГЭ – [Электронный ресурс]. URL: <https://fipi.ru/oge/otkrytyy-bank-zadaniy-oge?ysclid=1w5s1umuts251147506>
3. Единое содержание общего образования: – [Электронный ресурс]. URL: https://edsoo.ru/Predmet_Matematika.htm.
4. Информационно-поисковая система задач по математике. – [Электронный ресурс]. URL: <http://zadachi.mccme.ru>
5. Виртуальная школа юного математика. – [Электронный ресурс]. URL: <https://www.math.md/school/indexr.html>
6. Библиотека электронных учебных пособий по математике. – [Электронный ресурс]. URL: <http://mschool.kubsu.ru/>
7. Сайт для учителей математики «Вероятность в школе». – [Электронный ресурс]. URL: <https://ptlab.mccme.ru/>
8. Фото планет солнечной системы с названиями – [Электронный ресурс]. URL: https://yandex.ru/images/search?img_url=https%3A%2F%2Fcs14.pikabu.ru%2Fpost_img%2F2023%2F05%2F30%2F10%2Fog_1685464341374582825.jpg&lr=118023&pos=1&rpt=simage&text=фото%20планет%20солнечной%20системы%20с%20названиями
9. Солнечная система: строение и характеристика. – [[Электронный ресурс]. URL: <https://externat.foxford.ru/polezno-znat/wiki-astronomiya-solnechnaya-sistema>
10. «Алые паруса» проект для одаренных детей. – [Электронный ресурс]. URL: <https://nsportal.ru/ap/>
11. «Учи.ру» – [Электронный ресурс]. URL: <https://uchi.ru/>
12. Копилка уроков учителей – [Электронный ресурс]. URL: <https://kopilkaurokov.ru/>

Учебно-методическое пособие

Реализация курса внеурочной деятельности «Математические открытия» 7 класс»

Формат бумаги 60х84/8.
Усл. печ. л. 13.95

Отпечатано: 350080, г. Краснодар, ул. Сормовская, 167,
ГБОУ ИРО Краснодарского края